С.Л. Василенко

Гармоническая тетрадная модель целого

Все предложения о помощи надо делить на четыре. – Законы Мерфи.

Проанализировано разбиение целого на две части в золотом отношении двумя способами: внутренним и внешним делениями. Рассмотрены гармонические тетроды точек. Исследована золотая резольвента Вассера – геометрическое множество вершин плоского треугольника с фиксированным основанием и золотым отношением боковых сторон. Описаны свойства гармонической равнобокой трапеции. Дана общая канва философского осмысления тетрадной модели, как наименьшей монады системного структурирования. В том числе по сравнению с троично-божественным представлением тримунитариев.

Будем считать ассоциированным целым некую целостную структуру, предполагающую конечное разбиение на составляющие элементы.

Подобные конструкции обычно возникают при анализе систем.

Не менее значимым действом-операндом является обратная сборка целого. В этом случае говорят о синтезе.

Вместе они образуют диалектическое единство «анализ–синтез».

Наиболее простым считается разбиение ассоциированного целого на две, в общем случае неравные части.

В геометрии подобная задача известна как деление линейного отрезка в данном отношении [1]. Наиболее примечательным, можно сказать, уникальным случаем подобного деления представляется золотое сечение. Оно устанавливает пропорцию между двумя частями и целым в виде геометрической прогрессии: меньшее $\rightarrow$ большее $\rightarrow$ целое.

Знаменатель такой прогрессии в математике называют золотой константой Φ.

Корни золотых уравнений. Классическое золотое сечение целого (единичного отрезка) определяется из решения простейшего алгебраического квадратного уравнения с коэффициентами, равными 1.

Оно формируется из золотой пропорции:

целое относится к одной части как она – к другой, $(a+b):b = b:a$.

Если в качестве неизвестной выбрана <u>часть</u> $x=b$, то исходное уравнение имеет вид $x^2+x-1=0$ с парой корней $(-\Phi,\ \phi)$, где золотые константы равны

$$\Phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}, \qquad \phi = \Phi^{-1} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}.$$

Если неизвестной величиной обозначено <u>отношение частей</u> $z=b/a$, то уравнение имеет вид $z^2-z-1=0$ с парой корней $(-\phi,\ \Phi)$. Здесь величина Φ безразмерная.

Как правило, довольствуются положительными значениями корней, руководствуясь так называемыми "физическими соображениями".

Нельзя сказать, что это не правильно. Но задача точно обедняется.

Отрицательные корни – такие же полноправные решения. Их отрицательность указывает лишь на то, что точка деления находится за пределами искомого отрезка.

То есть речь идёт о внешнем делении [2] или делении направленных отрезков внешним образом [1].

Так в первом случае $x=b=-\Phi$, $a=1-b=1+\Phi$.

При этом отрезок b откладывается в отрицательном направлении.

Возможно, теряется традиционная наглядность геометрического представления.

Но это только установившаяся привычка интерпретации.

Зато имеет место дуальное отображение, отвечающее модели второму порядку.

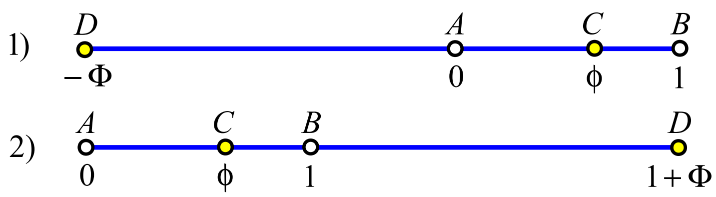
Таким образом, отрезок расчленяется-разбивается на две части в заданном отношении, в частности золотом отношении, двумя способами (точками): внутренним (*internal*) и внешним (*external*) делениями.

Что характерно, внешнее деление фактически не рассекает сам исходный отрезок. Недостающие до деления части формируются за его пределами.

Так сказать, на стороне...

Довольно любопытная трактовка. Она позволяет несколько иначе осмыслить золотой феномен. И вообще любое деление целого на части.

В общем случае принято говорить, что точка C делит отрезок AB в отношении λ. Можно делить отрезок точкой D, находящейся за пределами на его продолжении (рис. 1).



$$\frac{\cancel{A}C}{C\cancel{B}} = \frac{\cancel{B}D}{D\cancel{A}} = \Phi$$

$$\frac{\cancel{A}C}{C\cancel{B}} = \frac{\cancel{A}D}{D\cancel{B}} = \Phi$$

Рис. 1. Гармоническая золотая тетрада

Первый вариант характеризует буквальное "прочтение" пары корней $(-\Phi, \phi)$.

Второй вариант характеризует эту же задачу, только с зеркальным переносом отрицательного корня в область положительных значений относительно края отрезка.

В результате получаем четыре точки или тетраду.

При равенстве отношений можно вести речь о гармоничности точек.

Тетрады достаточно легко формируются в области комплексных чисел.

Пусть на комплексной плоскости даны две точки m, n. Точка c, делящая отрезок mn в заданном отношении $\lambda \neq -1$, определяется по формуле $c = \dfrac{m + \lambda n}{1 + \lambda}$.

Если отношение $\lambda < 0$, значит, точка c делит отрезок mn внешним образом.

То есть она лежит вне этого отрезка и находится на его продолжении.

Расширенная интерпретация константы Ф. Как уже говорилось, в задаче золотого сечения математическая константа Φ безразмерна и численно выражает отношение двух отрезков $\Phi = b/a$.

Всё сразу становится на свои места, как только мы переходим от анализа к синтезу.

То есть задачу разбиения целого на части переиначиваем в зеркально-противоположную задачу золотого наращивания единичного отрезка [3].

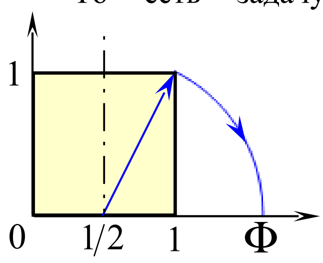


Рис. 2. Формирование золотой константы

В этом случае золотая константа Φ численно и метрически равна отрезку, который образуется увеличением единичного отрезка в отношении золотой пропорции.

Геометрически это выполняется элементарно (рис. 2). – Буквально одним поворотом циркуля с центром в середине стороны квадрата 1×1 и радиусом $\sqrt{1 + (1/2)^2}$.

Получаем отрезок длиной $1 + \phi = \Phi$.

Данная модель приращений имеет целый ряд неоспоримых преимуществ по сравнению с обычным или традиционным делением отрезка.

1) Константа Φ приобретает *чёткую метрику* и содержательный геометрический смысл. Это новый увеличенный отрезок. Или новое увеличенное (подросшее) целое в результате увеличения исходного единичного отрезка на величину приращения ϕ. В тех же самых единицах, что исходный отрезок 1 и добавка к нему ϕ.

Другими словами, все величины в равенстве $1+\phi=\Phi$ имеют одинаковую метрику.

Очень важное методологическое расширение!

Ибо в задаче на евклидово деление отрезка величина Φ метрики не имела и определялась, как отношение большей части к меньшей.

То есть, само сечение мы проводили, а геометрически представить величину Φ не могли.

Теперь у нас золотое число Φ – «новая созидательная единица», образуемая из обычной единицы 1 в золотом отношении.

Гармонические тетрады.

Определение [4]. Упорядоченная четвёрка точек прямой $(A, B;\ C, D)$ называется гармонической, если точки C и D делят отрезок AB в отношениях, отличающихся только знаком $\frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{CB}}=-\frac{\mathrm{AD}}{\mathrm{DB}}$.

Здесь отрезок XY (без *курсива*) имеет направленность от X к Y.

Предполагается, что «на неориентированной прямой нельзя приписать знак отрезкам, но можно приписать знак отношению отрезков» [1, с. 11].

Пара точек (A, B) называется базисом, пара точек (C, D) – делящей.

Базисную и делящую пары можно поменять местами (ролями), то есть $\frac{\mathrm{CA}}{\mathrm{AD}}=-\frac{\mathrm{CB}}{\mathrm{BD}}$.

Иными словами, если тетрада $(A, B;\ C, D)$ – гармоническая, то будет гармонической и упорядоченная тетрада $(C, D;\ A, B)$.

Гармоничность четырёх точек сохраняется, если изменить порядок точек в базисной или делящей паре.

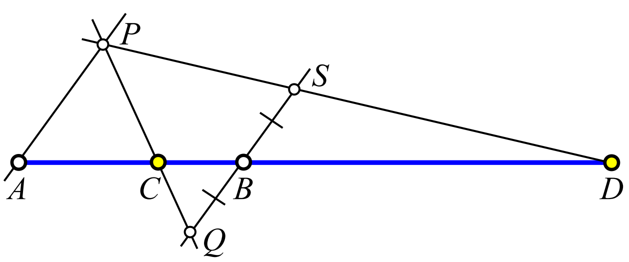


Рис. 3. Построение гармонической золотой тетрады

Зная положение внутренней точки C, можно сравнительно легко поострить и внешнюю точку D.

Для этого через концы искомого отрезка произвольным образом проводятся две параллельные друг другу прямые (рис. 3), а через точку C – прямая, которая пересекает их в точках P и Q.

Поворотом циркуля $Q(B)$ откладывается точка S.

Пересечение прямых PS и AB даёт искомую точку D.

Действительно, вследствие подобия двух пар треугольников ($\Delta ADP \sim \Delta BDS$) и ($\Delta APC \sim \Delta BQC$), имеем:

$$\frac{AC}{CB} = \frac{AP}{QB} = \frac{AP}{BS} = \frac{AD}{DB}.$$

Приведём один характерный пример гармонической четвёрки.

Пусть дан треугольник ABC (рис. 4).

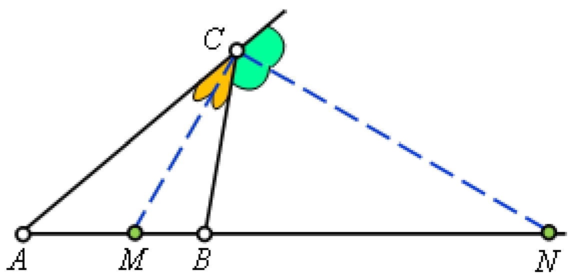


Рис. 4. Гармоническая тетрада через биссектрисы угла треугольника ΔABC

Биссектрисы его внутреннего и внешнего углов при вершине C пересекают прямую AB соответственно в точках M и N.

Биссектриса угла в треугольнике делит противоположную сторону на отрезки, длины которых пропорциональны длинам прилегающих сторон [5, с. 20].

Упорядоченная тетрада $(A, B;\ M, N)$ является гармонической [1, с. 56], поскольку

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AC}{BC} = -\frac{AN}{NB}.$$

Весьма любопытен способ построения четвёртой точки D гармонической тетрады [1, с. 58] с применением единственного инструмента – линейки (без делений).

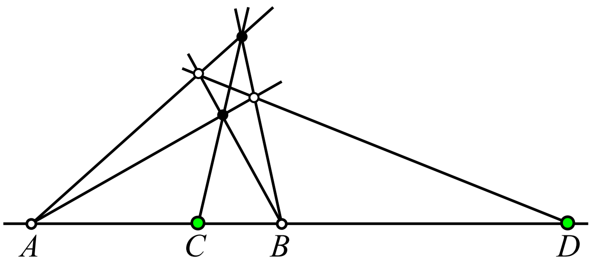


Рис. 5. Определение четвёртой точки D гармоническй тетрады:

Пусть на отрезке AB задана точка C.

Через точку A, проводятся две линии, которые пересекаются прямой из C (рис. 5).

Образованные точки пересечения (тёмные) соединяются с точкой B.

Через две новые точки пересечения (светлые) чертится прямая линия до фиксации искомой точки D.

Золотая резольвента Вассера. В работах [6, 7] предложен способ формирования непрерывной линии, описываемой вершиной треугольника.

Главная идея состоит в выходе за пределы <золотого> деления линейного отрезка на плоскость с формированием геометрически непрерывного множества треугольников с заданными свойствами.

Разнится только соотношение между боковыми сторонами, выбор которого может быть неограниченно разнообразным.

В исходно-изначальном варианте [7] строятся гармоничные треугольники с использованием *геометрической пропорции сторон*:

$$c/b = b/a \quad \text{или} \quad b^2 = a.$$

Именно таким путем золотое сечение "покидает" пределы чистого отрезка или вырожденного треугольника.

Таким образом, точка деления отрезка становится вершиной плоского треугольника с единичным основанием и описывает ту или иную кривую из *семейства резольвент Вассера* – геометрического множества вершин треугольника с фиксированным основанием и априори заданной пропорцией сторон.

В частности, классическое золотое сечение отрезка – есть не что иное, как разновидность геометрической прогрессии для вырожденного треугольника с соотношением сторон $b^2 = ac,\ c = a + b$.

Геометрическим местом точек вершин треугольника, отношение боковых сторон которого постоянно, является окружность [8].

В частном случае образуется *золотая резольвента Вассера*[1] – геометрическое множество вершин плоского треугольника с фиксированным основанием и золотым отношением боковых сторон.

В работе [8] она также называется обобщённой геометрической моделью золотого сечения.

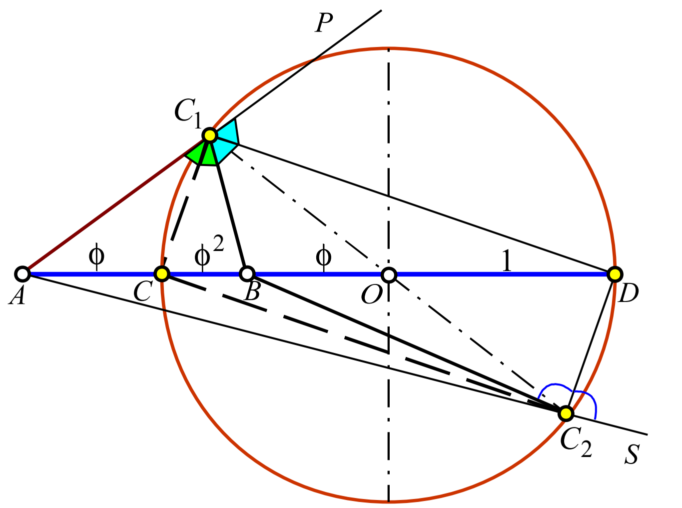
Посмотрим, как ведут себя треугольники на золотой резольвенте Васера, а также их биссектрисы в привязке гармоничной тетраде (рис. 6).

Исходные точки внутреннего и внешнего деления C, D лежат на диаметре.

Линия C_kC является биссектрисой угла AC_kB независимо от местоположения точки C_k на окружности, $k = 1, 2, ...$

Аналогично линия C_kD является биссектрисой внешнего угла при вершине C_k.

Замечательное свойство гармонической <золотой> тетрады!



$$\frac{AC}{CB} = \frac{AC_1}{C_1B} = \frac{AC_2}{C_2B} = \frac{AD}{DB} = \Phi$$

$$\angle AC_1C = \angle BC_1C$$

$$\angle AC_2C = \angle BC_2C$$

$$\angle BC_1D = \angle PC_1D$$

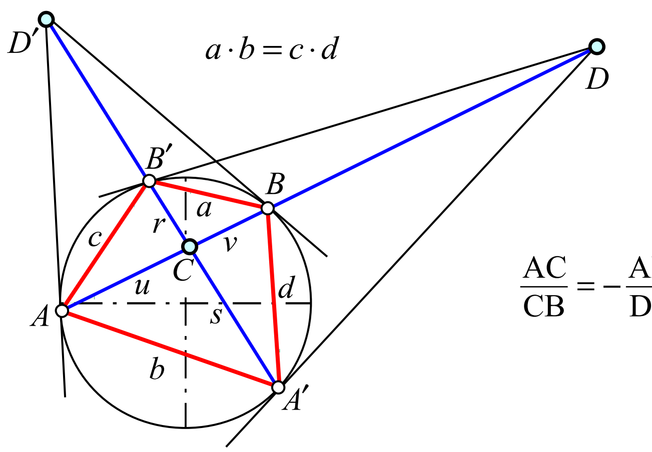
$$\angle BC_2D = \angle SC_2D$$

Рис. 6. Золотая резольвента Вассера с характерными биссектрисами углов

Гармонический четырёхугольник – вписанный в окружность такой, что произведения длин его противоположных сторон равны.

Рассмотрим гармонический четырёхугольник $AB'BA'$ (рис. 7).

$$\frac{A'C}{CB'} = -\frac{A'D'}{D'B'}$$



$$\frac{AC}{CB} = -\frac{AD}{DB}$$

Рис. 7. Геометрия гармонического четырёхугольника

[1] *Вассер*: Василенко Сергей – гидролог-системотехник. Wasser (нем.) – вода, влага, жидкость и т.п.

Его диагонали пересекаются в точке C и разбивают фигуру на четыре треугольника.

Они попарно подобны с противоположно вертикальными углами при вершине C.

Остальные углы являются вписанными, то есть образуются двумя хордами, проведенными из их одной общей точки. Все вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.

Из подобия треугольников следуют пропорции, которые можно почленно перемножить:

$$\frac{r}{v}=\frac{c}{d}, \quad \frac{s}{v}=\frac{b}{a} \quad \Rightarrow \quad \frac{r\cdot s}{v^2}=\frac{c}{a}\cdot\frac{b}{d}. \tag{1}$$

Согласно теореме Евклида при пересечении двух хорд внутри круга произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды [5, с. 40]:

$$r\cdot s=u\cdot v.$$

В гармоническом четырёхугольнике произведения длин его противоположных сторон равны:

$$a\cdot b=c\cdot d \quad \Rightarrow \quad \frac{b}{d}=\frac{c}{a}.$$

После подстановки последних выражений в (1) получаем

$$\frac{u}{v}=\left(\frac{c}{a}\right)^2=\left(\frac{b}{d}\right)^2.$$

Аналогично имеем:

$$\frac{r}{s}=\left(\frac{a}{d}\right)^2=\left(\frac{c}{b}\right)^2.$$

Итак, *в гармоническом четырёхугольнике каждая из диагоналей делится точкой их пересечения в отношении квадратов прилежащих сторон*.

Таким свойством обладает *симедиана* – отрезок прямой в треугольнике, которая симметрична медиане относительно биссектрисы угла, проведенной из той же вершины.

То есть диагонали гармонического четырёхугольника одновременно являются симедианами соответствующих треугольников.

Характерные расстояния от точек внешнего деления выражаются формулами:

$$DB=v\cdot V, \qquad DA=u\cdot V, \qquad V=\frac{u+v}{u-v};$$

$$D'B'=r\cdot R, \qquad D'A'=s\cdot R, \qquad R=\frac{s+r}{s-r}.$$

В частности, по мере приближения четырёхугольника к квадрату знаменатели в величинах V, R стремятся к нулю.

То есть точки внешнего деления уходят в бесконечность. Касательные становятся практически параллельными.

Таким образом, при делении отрезка пополам, как это имеет место в диагоналях квадрата, внешнее деление вырождается в бесконечную удалённость.

Наоборот, по мере схождения точек B, B' величины u, v уменьшаются и точки внешнего деления приближаются к окружности.

В работе [4] приведено одно любопытное утверждение:

две противоположные вершины гармонического четырёхугольника, точка пересечения его диагоналей и точка пересечения прямой, содержащей эти вершины, с касательной к описанной окружности в третьей вершине образуют гармоническую четвёрку точек.

Действительно, пусть касательная в точке B' пересекается с прямой AB в точке D.

Тогда $\angle B'AB = \angle DB'B$. Значит, треугольники подобны $\Delta BB'D \sim \Delta AB'D$, и выполняется пропорция $\dfrac{AB'}{BB'} = \dfrac{B'D}{BD}$.

При пересечении хорд за пределами круга в точке D имеем:

$$AD \cdot BD = (B'D)^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{AD}{BD} = \left(\frac{B'D}{BD}\right)^2 = \left(\frac{AB'}{BB'}\right)^2 = \frac{AC}{CB}.$$

Таким образом, с учётом направленности векторов точки C и D делят отрезок AB внутренним и внешним образом в равных по абсолютной величине отношениях.

Золотая гармоническая трапеция. Мы вплотную подошли к гармоническому четырёхугольнику, диагонали которого пересекаются в золотом отношении.

Логично потребовать присутствие золотого сечения одновременное на обеих диагоналях.

Так мы приходим к равнобокой (равнобедренной) трапеции (рис. 8).

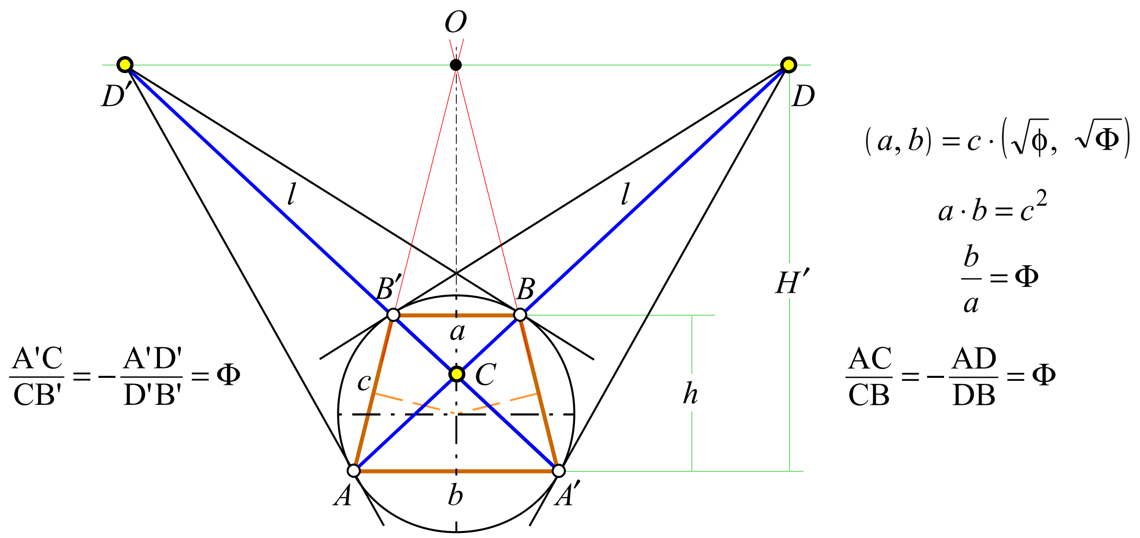


Рис. 8. Гармоническая равнобокая трапеция с золотым пересечением диагоналей

Гармоничность фигуры даёт нам соотношение $c^2 = a \cdot b$. То есть боковая сторона равна среднему геометрическому (среднему пропорциональному) оснований.

Прямоугольник между основаниями равновелик квадрату на боковой стороне.

Из золотого сечения диагоналей следует золотое отношение квадратов сторон.

Если зафиксировать боковую сторону c, то основания трапеции равны:

$$(a,\ b) = c \cdot \left(\sqrt{\phi},\ \sqrt{\Phi}\right).$$

По теореме Птоломея [5, с. 56], если четырёхугольник вписан в окружность, то произведение длин его диагоналей равно сумме произведений двух пар его противоположных сторон, что позволяет найти диагональ d:

$$d^2 = ab + c^2 = 2c^2 \quad \Rightarrow \quad d = c\sqrt{2} = \sqrt{2ab}.$$

Высота трапеции вычисляется по теореме Пифагора:

$$h = \sqrt{c^2 - \left(\frac{b-a}{2}\right)^2} = c\frac{\sqrt{5-2\phi}}{2}.$$

Углы наклона диагонали и боковой стороны соответственно равны:

$$(\arcsin h/d;\ \arcsin h/c) = \left(43{,}31^{\mathrm{o}};\ 75{,}94^{\mathrm{o}}\right).$$

Касательные к окружности в точках – вершинах трапеции пересекаются в точках D, D' внешнего золотого деления диагоналей трапеции.

Таким образом, $(A, B;\ C, D)$ и $(A', B';\ C, D')$ – золотые гармонические тетрады.

Через равенство площадей треугольников легко показать, что расстояния от точки C пересечения диагоналей до сторон пропорциональны длинам этих сторон.

Итак, сгруппируем наиболее характерные особенности золотой гармонической трапеции:

– боковая сторона – среднее геометрическое оснований $c = \sqrt{ab}$;

– основания соотносятся с боковой стороной как корень квадратный из золотой константы $\frac{b}{c} = \frac{c}{a} = \sqrt{\Phi}$;

– отношение оснований равно константе золотой пропорции $b/a = \Phi$;

– диагонали трапеции равны диагонали квадрата со стороной c: $d = c\sqrt{2}$;

– касательные к описанной окружности в противоположных вершинах трапеции пересекаются на прямой линии, содержащей его диагональ;

– образующиеся точки пересечения делят диагонали внешним образом в соответствии с золотой пропорцией;

– две противоположные вершины трапеции, точка пересечения её диагоналей и точка пересечения прямой, содержащей эти вершины, с касательной к описанной окружности в третьей вершине образуют гармоническую тетраду точек.

К главной особенности золотой гармонической трапеции можно отнести равенство отношений оснований и диагональных отрезков, относительно точки пересечения.

Другие трапеции и тетрады. Воспользуемся рис. 8.

Зафиксируем для определённости $b = 1$.

Пусть a – переменная.

Тогда боковая сторона равна $c = \sqrt{a \cdot b}$, диагональ $d = \sqrt{2a \cdot b}$.

Продолжения боковых сторон трапеции сходятся в точке O.

Её удаление H от основания можно определить из пропорции

$$\frac{H}{H-h} = \frac{a}{b} \quad \Rightarrow \quad H = \frac{b}{a-b}h.$$

Отношение отрезков диагонали $\dfrac{u}{v} = \dfrac{b/2}{\frac{b}{2} - \frac{b-a}{2}} = \dfrac{b}{a}$.

Точка внешнего деления D удалена от вершины трапеции B на величину

$$l = v\frac{d}{u-v} = \frac{d}{b/a-1} = \frac{ad}{b-a} = \frac{a\sqrt{2ab}}{b-a}.$$

Расстояние точки D до основания трапеции находится из пропорции

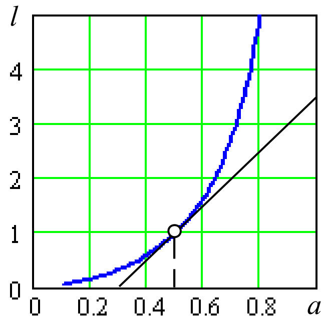
$$\frac{H'}{h}=\frac{l}{d}=\frac{a}{b-a} \quad \Rightarrow \quad H'=\frac{a}{b-a}h.$$

Таким образом, имеем равенство высот $H'=H$.

Это означает, что продолжения боковых сторон трапеции пересекаются в точке O, лежащей на линии DD', которая соединяет точки внешнего деления.

Радиус R окружности (рис. 9), описанной вокруг трапеции, $p=(b+d+c)/2$:

$$R=\frac{bdc}{4\sqrt{p(p-b)(p-d)(p-c)}} \underset{b=1}{\Rightarrow} a\sqrt{\frac{2}{-1+6a-a^2}},$$



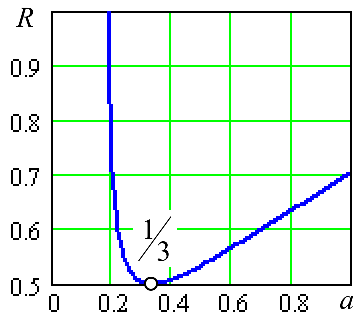


Рис. 9. Изменение удалённости l точки внешнего деления от вершины трапеции и радиуса описанной окружности R – в зависимости от основания трапеции a

Подкоренное выражение для радиуса должно быть положительным, что обеспечивается только для значений $a>3-\sqrt{8}\approx 0{,}172$.

Зависимости параметров $l(b)$, $R(b)$ – нелинейные (см. рис. 9).

Графики имеют характерные точки.

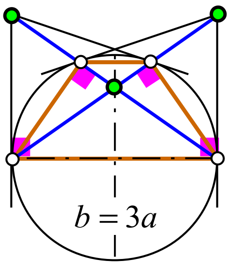


Рис. 10. Гармоническая равнобокая трапеция

1) $R\left(1/3\right)=0{,}5$ – если одно основание трапеции втрое меньше другого ($b=3a$), то радиус описанной окружности минимален, её центр располагается посредине большего основания (рис. 10).

При этом диагонали перпендикулярны боковым сторонам.

Точки внешнего деления образуют вместе с основанием трапеции прямоугольник.

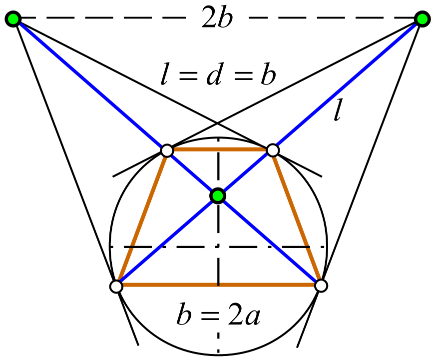


Рис. 11. Гармоническая равнобокая трапеция

2) $l\left(1/2\right)=1$ – если одно основание трапеции вдвое меньше другого ($b=2a$), то точка внешнего деления удалена от вершины трапеции на величину большего основания (рис. 11).

Диагонали равны основанию.

Расстояние между точками внешнего деления равно удвоенному основанию.

Примечательно, что касательная в точке $a=0{,}5$ наклонена к оси абсцисс под углом, тангенс которого выражается целым числом.

Действительно, вычислив производную по параметру a, получаем:

$$l'_a = \frac{3\sqrt{2a}}{2(1-a)} + \frac{a\sqrt{2a}}{(1-a)^2} \underset{a=0,5}{\Rightarrow} 5.$$

3) В случае золотого отношения (см. рис. 7) оснований трапеции $(a = \phi,\ b = 1)$ радиус описанной окружности равен $R = \sqrt{\frac{2}{5\Phi - 2}} \approx 0{,}573$, удалённость внешней точки деления составляет $l = \sqrt{2\Phi} \approx 1{,}799$.

Вместо заключения или размышлизмы. Итак, мы рассмотрели характерные интерпретации геометрической тетрадной модели целого.

Они удивительно гармоничны. И самое главное, весьма рельефно отражают сущность целого. Особенно выделяется своими свойствами гармоническая равнобокая трапеция.

Не менее, а возможно и наиболее ценным здесь является философское осмысление тетрадного системно-образующего механизма.

Как видно из приведенных простых геометрических построений, минимально возможное деление целого надвое порождает четыре точки-состояния. За счёт внешнего и внутреннего деления.

Их пропорциональное соответствие формирует абсолютную гармонию.

В отличие от математического множества, которое может состоять из одного элемента, система предполагает наличие хотя бы двух составляющих.

Поэтому *тетрадная модель* – суть наименьшая монада системного структурирования.

Та же тринитарная модель – гиперболизированный христианскими апологетами частный случай глобально-божественной сущности мира. Возможно, как его наиболее ощущаемая (воспринимаемая) сторона человеческим сознанием.

Но всё-таки частное объединение в виде тримурти-структуры.

Изначально красивое, но в итоге искаженно-искривленное до неузнаваемости тождество-сочленение «отца – сына – духа». С его патологической ненавистью к женскому началу. Пренебрежением великими учениями вроде «инь – янь». Беспрецедентным возвеличиванием одного пророка-еврея, которого сами евреи отторгли. Порождением неслыханного числа собственных оппонирующих ответвлений. И так далее...

С навязчивой идеей-претензией на всеобщность и в самых лучших традициях язычества тримунитаристы искусственно выхватили-вычленили тройку «божественных объектов-видений».

Потом сами же среди них и заблудились. Словно в трёх соснах.

По невообразимой формуле: «Лес = три сосны, одна сосна = лес». Земля – пуп Вселенной (?). И всё ради одного – привнесения Иисуса на самый высший пьедестал.

Как минимум, даже в простейшей структуре тримунитаристы упустили из виду *всеобщий принцип внешнего деления*, который вскрывает-даёт дополнительные точки опоры – зеркальные, ассиметричные, уравновешивающие, дополняющие.

Всё это частные снимки-проекции интегрированного «верховного божества», которые наличествуют и проявляются в превеликом множестве: отец и сын (мать и дочь), демоны и ангелы, люди и другие существа «по образу и подобию»...

Как идеальный собирательный образ, в дополнение к материальной сути физического пространства.

Как точка внешнего деления-дополнения мироздания до его целостного представления.

Но об этом отдельный разговор...

Литература:

1. *Бескин Н.М.* Деление отрезка в данном отношении. – М.: Наука, 1973. – 64 с. – http://bookos.org/book/564177.

2. *Белянин В.С.*, *Романова Е.Н.* Золотая пропорция. Новый взгляд // Наука и жизнь. – 2003. – № 6. – http://www.nkj.ru/archive/articles/3070/.

3. *Василенко С.Л.*, *Никитин А.В.* От золотого отношения к равновесию, синтезу и созиданию // Математические и исторические исследования гармонии и красоты в природе и искусстве. – 17.01.2013. – http://www.artmatlab.ru/articles.php?id=93&sm=2.

4. *Понарин Я.* Гармонический четырёхугольник // Квант. – 1991. – № 10. – С. 48–52. – http://kvant.mccme.ru/1991/10/index.htm.

5. *Коксетер Г.С.М.*, *Грейтцер С.Л.* Новые встречи с геометрией. – М.: Наука, 1978. – 224 с.

6. *Василенко С.Л.* Пропорции в симбиозе золотоносных и гармоничных треугольников // Математические и исторические исследования гармонии и красоты в природе и искусстве. – 30.01.2013. – http://www.artmatlab.ru/articles.php?id=95&sm=2.

7. *Василенко С.Л.* Математические начала гармонии: гармонические треугольники // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.16007, 22.07.2010. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161680.htm.

8. *Шелаев А.Н.* Обобщенная геометрическая модель золотых сечений и соответствующие ей характерные экстремумы длин, площадей и их производных // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.17431, 29.04.2012. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321252.htm.

Украина, Харьков

Авторские страницы:
http://www.artmatlab.ru/authors.php?id=21&sm=3
http://www.trinitas.ru/rus/doc/avtr/01/0738-00.htm
http://www.sciteclibrary.ru/rus/avtors/v.html