С.Л. Василенко

Очередная сказка о золотом сечении

Сказка ложь, да в ней намек!
А.С. Пушкин, 1834.
«Сказка о золотом петушке»

Какие только не услышишь порой сказки о золотом сечении.

Возможно, и на плаву оно держится большей частью благодаря мифам, чем реальным заслугам, проверенным математикой и надёжной практикой. Без излишних фантазий-домыслов.

Чего только не увидишь в современном коммуникационном пространстве...

Осталось разве что провести «отсечение-рассечение самого золотого сечения».

Но и на этих осколках всё равно быстро взойдут благодатные всходы разноголосицы.

Что поделаешь... Объект простой.

Одновременно любопытный, красивый и уникальный.

Вот и летят на него ищущие или просто скучающие исследователи со всех направлений.

Вчера были просто стоматологические услуги, сегодня – корректировка зубов в золотой пропорции (д.м.н. А. Постолаки). Чувствуете разницу?

Ещё недавно рассматривали патологии сердцебиения. Сегодня, во что бы то ни стало, вам покажут отклонение от нормы, определяемой ... непременно золотым сечением (к.б.н. В. Цветков).

Видимо, с ненавязчивым намёком-подтекстом о стоимости врачевания.

Ну, и так далее и тому подобное...

Жизнь не стоит на месте, не даёт скучать и продолжает радовать нас своими новыми сюрпризами.

Введение в тему. Как-то в рамках on-line-семинара на страницах виртуальной "тримурти-академии" АТ проф. А. Стахов любезно презентовал доклад [1] зарубежных исследователей из Сербии–Хорватии, представленной ими на одной из конференций 2011 г.

Материал приведен не случайно, что хорошо просматривается по тексту комментариев.

В нём упоминаются введенные им гиперболические функции: «Как вытекает из аннотации, главная идея доклада состоит в том, чтобы *связать золотое сечение с искусственным интеллектом, используя гиперболические функции Фибоначчи и Люка* (ГФЛ)... Как вытекает из Заключения, установление точного соотношения между константами e и Ф, выведенное в настоящей статье, выдвигает явление "золотого сечения" (ЗС) в качестве частного случая марковских процессов, что и лежит в основе нового подхода к искусственному интеллекту».

Что и говорить... Со слов южных славян звучит весьма внушительно. Не в пример "золотым зубам".

Итак, нам предлагается предположительная схема-цепочка, якобы последовательно увязанных звеньев (рис. 1).

Золотое сечение ⇒ ГФЛ ⇒ Связь между константами e и Ф ⇒
⇒ Марковский процесс ⇒ Искусственный интеллект

Рис. 1. Гипотетическая схема-цепочка "внедрения ЗС" в искусственный интеллект
/ де-факто схема не обоснована из-за надуманного внедрения ГФЛ и тождественности связи Ф(e) /

Не можем пока ничего сказать на счёт вероятной "золотоносности" искусственного интеллекта далёкого будущего. Всё возможно. "Чем чёрт не шутит? – Из дубинки выпалит", как говорится в одной русской пословице.

Но то, что вся эта цепочка, начиная с ГФЛ и далее, является неприглядно подогнанной, становится понятным после первого знакомства с существом доклада.

Надо полагать, что профессор не имеет к этому отношения, хотя авторы высказывают ему благодарность за участие.

Мы тоже выражаем ему признательность за частичный перевод с английского и представленную возможность ознакомиться с результатами зарубежных исследований.

Хотя надо сразу сказать, они далеки от должного уровня проработки, составлены весьма поверхностно и содержат необоснованные утверждения, оставляя в целом несколько унылое впечатление.

Всё это, конечно нужно и должно продемонстрировать, подтвердив доказательными рассуждениями.

Итак, по порядку и по возможности кратко...

1. Вероятностные картинки. Из теории вероятностей известно, что неубывающая функция распределения $F(x)$ любой случайной величины по определению стремится к единице при $x \to \infty$.

По аналогии с делением единичного отрезка функцию $F(x)$ можно разделить на две части в любом соотношении, в том числе и согласно золотой пропорции.

Наиболее простым является экспоненциальное или показательное (http://ru.wikipedia.org/?oldid=38445193) абсолютно непрерывное распределение, моделирующее время между двумя последовательными свершениями одного и того же события:

– плотность распределения $f(x) = \alpha e^{-\alpha x}$;

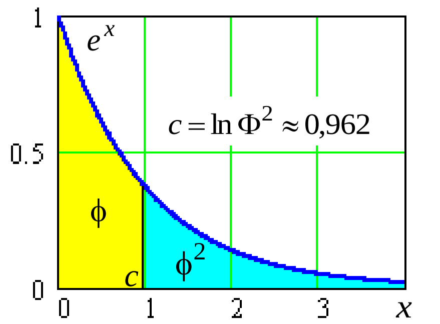
– функция распределения $F(x) = 1 - e^{-\alpha x}$, $x \ge 0$,

где α – интенсивность или обратный коэффициент масштаба.

Математическое ожидание равно $\alpha{-1}$, медиана $\ln(2)/\alpha$, мода 0, коэффициент асимметрии 2.

В работе [1] рассматривается самое простое экспоненциальное распределение e^{-x} (с единичным коэффициентом $\alpha = 1$), которое делится на две части:

$$1 = \int_0^\infty e^{-x}dx = \int_0^c e^{-x}dx + \int_c^\infty e^{-x}dx,$$



Для некоторой величины $0 \le z < 1$ имеем $\int_0^c e^{-x}dx = 1 - e^{-c} = z$, откуда $c = -\ln(1-z)$.

Полагая вместо z любое число, находим конкретное значение верхнего предела c.

Пусть $z = \phi = \Phi^{-1} = \dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$ – число золотого сечения.

Тогда $c = -\ln(1-\phi) = -\ln(\phi^2) = -\ln(\Phi^{-2}) = 2\ln\Phi$ – точка золотого сечения для экспоненциального распределения.

Собственно и всё. В этой части замечаний нет.

Да и что собственно объяснять? – Можно сказать, несложное упражнение или домашнее задание для студентов.

Разве что можно отметить привлечение внимания к феномену ЗС на примере вероятностных функций распределения, ассоциативно корреспондирующихся с классической задачей геометрического деления единичного отрезка.

Но всё это уже было (А.И. Иванус, С.Л. Василенко и др.).

2. Непорочные связи. Любая информация о связи между константами Φ и e всегда вызывает живой и неподдельный интерес.

Оно и не удивительно.

Дело в том, что такую нетривиальную аналитическую связь установить чрезвычайно трудно, если вообще возможно [2].

Хотя бы потому, что онтологически это совершенно разные числа:

Φ – целое алгебраическое число, как корень многочлена с целыми коэффициентами, старший из которых равен единице;

e – трансцендентное число.

Впечатляющих успехов в этом направлении достиг в своё время гениальный индийский математик Рамануджан на примере составления бесконечных сумм [3, 4].

Так или иначе, но в его формулах, по крайне мере присутствует число e и корень из пяти – предвестник золотого сечения.

Что же имеем в работе [1]? – Большая часть материала в высшей степени надумана или, по крайней мере, некорректна.

В частности, в его начальной фазе:

– наличие "долгоиграющих" малопродуктивных преобразований;

– совершенно необязательное и логически необусловленное вклинивание гиперболичных функций ГФЛ;

– использование абсолютного тождества-определения логарифмической функции, выдаваемого за искомую связь $\Phi(e)$ и прочее.

На самом деле всё гораздо проще.

Рассмотрим числа Люка, как двучленно-аддитивную последовательность Фибоначчи $L_n = L_{n-1} + L_{n-2}$ с начальными условиями $(L_0,\ L_1) = (2,\ 1)$: 2, 1, 3, 4, 7, 11, 18, ...

Как известно, что эти числа можно описать, не только рекуррентно, но и аналитически в виде красивой формулы Бернулли–Бине

$$L_n = \Phi^n + (-\Phi)^{-n}. \qquad (1)$$

Рассматривая степень n как непрерывную переменную и соотвествующую функцию $L_n = L(n)$, допустимо записать производную

$$L'_n = \Phi^n \ln\Phi - (-\Phi)^{-n} \ln(-\Phi). \qquad (2)$$

Тогда с учётом знания предела $\lim\limits_{n\to\infty} (-\Phi)^{-n} = 0$, а также свойств обычных степеней и натуральных логарифмов (по определению) получается, по сути, абсолютное тождество

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{L_n}{L_{n-1}}\right)^{\frac{L_n}{L'_n}} = \Phi^{\frac{1}{\ln\Phi}} = e. \qquad (3)$$

Собственно и все манипуляции.

Заметим, что логарифм отрицательного числа существует, только он комплексный

$$\ln(-\Phi) \approx 0{,}481 + 3{,}142\ i, \qquad i = \sqrt{-1}.$$

Но это нисколько не влияет на общность рассуждений.

Полученная формула (3), конечно, имеет место быть.

Но разве можно здесь говорить о какой-то связи между Φ и e? – Нет! И ещё раз нет!

Ведь зависимость справедлива для любого числа x и тривиально следует из тождественного определения логарифма $x^{\frac{1}{\ln x}} = e$, где x – произвольное число: положительное или отрицательное, вещественное или комплексное.

√ Ну, и что мы здесь нашли? – С точки зрения констант ровным счётом ничего!

Возможно, кому-то это покажется любопытным, занимательным.

Но непосредственно к нетривиальной взаимосвязи $\Phi(e)$ не имеет никакого отношения.

√ И причём здесь ГФЛ? – Есть они или нет, ровным счётом ничего не значит. Преобразования (1)–(3) несложно получаются без них. То есть никакой переходной мостик ГФЛ совершенно не нужен (см. рис. 1).

√ А в чём видны хоть малейшие признаки марковости? Да и где здесь *марковский случайный процесс*, в котором будущее не зависит от прошлого при известном настоящем $x_{t+1} = \psi x_t + \varepsilon_{t+1}$? – Если числа Люка образуют полностью детерминированный ряд, зависящий только от пары фиксированных начальных значений, обычно (2, 1).

√ Далее вообще следует голословный набор утверждений, никак не связанных логически с предшествующим материалом.

Причём в совершенно произвольной интерпретации.

Неизвестно, как и откуда берётся искусственный интеллект. Что и как конкретно в него "монтируется"? – Остаётся непостижимой загадкой.

Равно как и откуда здесь «появляются все основания для введения феномена золотого сечения в область искусственного интеллекта»?

Другими словами, это вольное фантазирование, причём довольно низкого качества.

Да и рекламируемые функции ГФЛ здесь "как сбоку бантик".

Кстати, сама формульная формулировка "теоремы" [1] содержит явную ошибку, поскольку для чётных значений n рекуррентная формула вида $L_n = L_{n-1} + L_{n-2}$ не работает, и нужно переходить на иные альтернативные формы записи, например, $L_n = 3L_{n-2} - L_{n-4}$

Тождественные манипуляции. Запись $\Phi^{\frac{1}{\ln\Phi}} = e$ нисколько не отражает ощутимую связь между константами $\Phi(e)$.

На месте Φ может стоять любое вещественное число, большее нуля.

Например, $\pi^{\frac{1}{\ln\pi}} = e$. Ну, и что с того?

Увы, но это типичная ошибка, когда в тождественной по определению записи выискивается проявление значимо выразительной числовой связи.

К этой же серии относятся, например, красивые и внешне эффектные манипуляции Г. Аракеляна [5] по формальному соединению тождеств-определений [6]:

- $x \equiv e^{\ln x}$ – равенство, вытекающее из определения логарифма с любым основанием, в данном случае в виде натурального логарифма e, то есть

$$x \equiv 2^{\lg_2 x} \equiv \pi^{\lg_\pi x} \equiv \Phi^{\lg_\Phi x};$$

- $\operatorname{sh} x \equiv \left(e^x - e^{-x}\right)/2$ – определение (обозначение) функции гиперболического синуса с обратной функцией – гиперболическим арксинусом (ареасинусом) $\operatorname{arsh} x \equiv \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$.

Связывая два тождества при $x = 1/2$, получаем $\Phi = e^{\ln\frac{1+\sqrt{5}}{2}} = e^{\operatorname{arsh} 1/2}$.

Понятно, что ни о какой связи между константами $\Phi(e)$ здесь рассуждать также не приходится.

Да и откуда ей взяться, если, как говорится, «один трамвай зелёный, а другой свернул за поворот». Константы "выросли совершенно на разных огородах".

И корни-истоки у них неодинаковые.

А был ли мальчик?[1] В комментариях к [1] озвучивается мысль, будто «исследования ученых Сербии и Хорватии основываются на фундаментальном результате – ГФЛ».

На примере изложения формул (1)–(3) мы убедились, что это не так.

Посмотрим на то же самое в транспозиции "с общего на частное".

Рассмотрим *обобщённую числовую последовательность Люка* [7] $\mathrm{L}_n = m\mathrm{L}_{n-1} + q\mathrm{L}_{n-2}$, элементы которой определяются в явном виде по формуле [8]:

$$\mathrm{L}_n = \lambda^n + (-\tilde{q})^n, \tag{4}$$

где $\lambda = \dfrac{m + \sqrt{m^2 + 4q}}{2}$ – положительный корень квадратного уравнения $x^2 = mx + q$, $\tilde{q} = \dfrac{q}{\lambda}$.

В общем случае, приняв параметр n непрерывной переменной, можно определить производную

$$\mathrm{L}'_n = \lambda^n \ln\lambda + (-\tilde{q})^n \ln(-\tilde{q}). \tag{5}$$

Поскольку λ – корень квадратного уравнения, то выполняется равенство $\lambda^2 = m\lambda + q$.

После деления его на величину λ для положительных коэффициентов $m, q > 0$ следует соотношение $\lambda - \tilde{q} = m$. То есть справедливо неравенство $\lambda > \tilde{q}$.

С учётом этого свойства имеем:

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{\mathrm{L}_n}{\mathrm{L}_{n-1}}\right)^{\frac{\mathrm{L}_n}{\mathrm{L}'_n}} = \lambda^{\frac{1}{\ln\lambda}} = e. \tag{6}$$

Итак, формулы (1)–(3) для золотого уравнения $x^2 = x + 1$ успешно расширены на квадратное уравнение общего вида $x^2 = mx + q$ в виде соотношений (4)–(6).

Причём, заметим, без какого-либо упоминания о ГФЛ.

Более того, это просто невозможно сделать.

Ибо ГФЛ утрачивают органически-преемственную связь с обычным квадратным уравнением общего вида при $q \geq 1$.

Это выглядит невероятно, но факт.

ГФЛ имеют смысл исключительно для примитивного случая: $x^2 = mx + 1$. И дальше него элементарно не работают.

Оно и не удивительно.

Дополнительной информации в математику эти функции не привносят, и привнести не могли. Ибо явились в результате искусственно-тривиальной перемены обозначений, то есть чисто буквенной манипуляции.

---

[1] Устойчивое выражение русского языка, означающее сомнение в самом факте существования предмета обсуждения. Восходит к цитате из романа М. Горького «Жизнь Клима Самгина».

Они полностью повторяют известные в математике огибающие линии к кривым семейства функций, основанных на модификациях непрерывной функции Люка или Фибоначчи, о чём подробно изложено в работах [9–12].

Таким образом, к записям (3) или (6) ГФЛ не имеют никакого отношения.

Зри в корень. При всём уважении к начинающему творчеству южнославянских авторов приходится только сожалеть, что их маловыразительная публикация с ошибочными утверждениями, становится объектом расширения на других электронных ресурсах. И лишь потому, что в них упомянуты доселе никому ненужные и надуманные образования – ГФЛ.

Но всё-таки есть один объект, заслуживающий достойного внимания. Это формула, которая в тексте не приведена, но отражена в конце презентации доклада:

$$e = \Phi^{\frac{2}{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\Phi^n}}} . \qquad (7)$$

Или после логарифмирования $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\,\Phi^n} = \ln\left(\Phi^2\right)$. Сравните: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\Phi^n} = \Phi$.

Об этом в тексте почему-то нет ни слова.

Хотя имеет место быть по-настоящему интересная формула.

Здесь действительно просматривается связь $\Phi(e)$ через бесконечное суммирование.

В этом смысле она замечательным образом корреспондируется с некоторыми равенствами индийского математика С. Рамануджана.

Именно бесконечное суммирование позволяет "выправить" числовой баланс между онтологически разными константами: алгебраической целой и трансцендентной.

В этом смысле достоверность результата (7) не вызывает сомнения.

Можно заочно поздравить авторов с этой находкой.

А всё остальное, начиная от ГФЛ-пустышек и заканчивая искусственным интеллектом, – есть к глубокому сожалению, надуманные разговоры-фантазии, имеющие к науке отдалённое отношение.

Во всяком случае, многое здесь голословно и нисколько не следует из основного содержания работы [1].

В таком ключе не возбраняется свободно рассуждать, о чём придётся и как доведется.

«Существуют все основания для введения феномена золотого сечения в область искусственного интеллекта» [1]. – Вводите. Может интеллект даже оживёт. Поскольку феномен золотого сечения большей частью проявляет себя именно в живых системах.

Можно фантазировать обо всём, что придёт в голову. Не возбраняется также гипотетически предполагать всё что угодно.

Уже столько придумано разных сказок о золотом сечении, что одной небылицей больше или меньше, значения не имеет.

В чём ещё хотелось предостеречь неискушённого читателя и молодых исследователей...

Не следует манипулировать информацией.

Находить одно, а выдавать за другое. Выписывать явное тождество и трубить о сделанном открытии на уровне использования в искусственном интеллекте.

А чтобы это как-то заретушировать, выстраивается галерея исторических лиц, Парфенон, деление единичного отрезка, числа Фибоначчи, руки-ноги, шишки-ананасы и прочая вспомогательная информация-мишура. Тем самым затеняется основной собственный результат, которого, как оказывается на поверку, попросту и нет.

Последний момент представляется нам характерным индикатором или лакмусовой бумажкой к нескончаемой веренице псевдонаучных золочений последних лет. Что и предопределило в конечном итоге наш интерес к данной теме.

Как своеобразное условно-гипотетическое тестирование на детекторе лжи…

Литература:

1. *Tanackov I, Tepic J, Kostelac M.* The golden ratio as a new field of artificial intelligence - the proposal and justification // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.17129, 20.12.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322095.htm.
2. *Василенко С.Л.* Базовые соотношения между фундаментальными константами // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.17327, 20.02.2012. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161934.htm.
3. *Ramanujan S.* Journal of the Indian Mathematical Society. – http://www.imsc.res.in/~rao/ramanujan/collectedpapers/question/qJIMS.htm.
4. *Weisstein E.W.* Ramanujan Continued Fractions // From MathWorld. – A Wolfram Web Resource. – http://mathworld.wolfram.com/RamanujanContinuedFractions.html.
5. *Аракелян Г.* О мировой гармонии, теории золотого сечения и её обобщениях // АТ. – М., Эл № 77-6567, публ.17064, 06.12.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/2065-ar.pdf.
6. *Василенко С.Л.* Позолоченные балахоны // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.17121, 19.12.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322093.htm.
7. *Василенко С.Л.* Эквивалентные формы квадратичных последовательностей // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.17134, 21.12.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322097.htm.
8. *Василенко С.Л.* Аналитика "золотых" пропорций // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ. 14795 от 12.05.2008. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321085.htm.
9. *Василенко С.Л.* Гиперболические метаморфозы аддитивно-рекуррентных последовательностей // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.16255, 27.12.2010. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161750.htm.
10. *Василенко С.Л.* Гиперболические лабиринты на пути к гармонии // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.15513, 06.09.2009. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161539.htm.
11. *Василенко С.Л.* Гиперболические фантазии // Математические и исторические исследования гармонии и красоты в природе и искусстве. – 02.07.2011. – http://www.artmatlab.ru/articles.php?id=29&sm=2.
12. *Василенко С.Л.* О бедном квадрате замолвите слово... // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.15675, 28.11.2009. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161586.htm.

Авторские страницы:
http://www.artmatlab.ru/authors.php?id=21&sm=3
http://www.sciteclibrary.ru/rus/avtors/v.html
http://www.trinitas.ru/rus/doc/avtr/01/0738-00.htm