С.Л. Василенко

Современные небылицы о золотом сечении

"Честно врут только сказки"
В. Сергеечев

За многие годы-столетия неутомимые исследователи установили большое количество математических констант разного уровня значимости.

Многие из них, так или иначе, служат человеку.

Во благо развития науки и познания-описания окружающего мира.

Так, число π – абориген и почётный житель числовой оси. Его следы можно обнаружить везде, даже в области целых чисел.

Однако нет ни одного закона, специально ему посвящённого. Окружность не в счёт.

А вот с константой Ф золотого сечения (ЗС) просто наваждение.

Многим ученым она не дает покоя. Словно неиссякаемый кладезь парадигм.

Такая себе волшебная золотая табакерка.

Глобальные "законы" так сыплются. Будто бы из рога изобилия...

Штурм высоты ЗС продолжается непрерывно.

В конечном счёте, это даже вселяет оптимизм, несмотря на естественно-обусловленные издержки. Ибо количество имеет свойство преображаться в новое качество. При формировании определенных условий, конечно.

И всё же... Существуют основательные факты и непреложные истины (в рамках общепринятых аксиоматик), когда бесполезно на черное говорить белое, и наоборот.

Появляющиеся время от времени лженаучные утверждения-восхваления золотоносного феномена такого рода де-факто не возвеличивают, но принижают-нивелируют его подлинный статус-кво.

О таком ложном символизме ЗС наш дальнейший разговор...

Отчасти освещение данного вопроса начато в работе [1] при "вскрытии" золотоносных наносов в части числовых подтасовок-манипуляций в увязке золотого сечения с максимумом энтропии.

Затронутая тема нашла также логическое продолжение [2] в "изобличении" очередной сказки о ЗС, включая надуманную аналитическую связь «генетически разных» констант Ф и *e*, тривиально основанную на тождественном определении натурального логарифма.

1. Золотая псевдонаучная асимптотика

Асимптотика "золотого" сечения (ЗС) основана на его известных уникальных свойствах и проявляется в нескольких аспектах [3]:

– предельное стремление к константе Ф отношения двух соседних членов аддитивной рекуррентной последовательности $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$ с любыми начальными условиями f_0, f_1;

– рекурсивное представление числа Φ в виде бесконечного радикала и бесконечной цепной (непрерывной) дроби, которые состоят только из единиц;

– построение бесконечных рядов в виде геометрической прогрессии со знаменателем Φ^{-1} и суммой, равной единице;

– практическое применение метода ЗС для рекурсивного поиска значений действительной функции в заданной области.

Другие более-менее значимые "золотые" асимптоты пока неизвестны.

Любое новое (не модифицированное) соотношение в этой области является важным, если не сказать исключительным событием в математике.

Именно потому весьма неубедительно выглядит ряд статей [4–6], где в поисках новых асимптотик автор настойчиво, но без должного уровня проработки, отстаивает личное мнение, что *энтропия дискретного биномиального и непрерывного нормального распределения стремится к "золотой" пропорции* (?).

Это заставляет более скрупулезно взглянуть на логику и доказательную базу проведенных исследований.

Оставляя без внимания экономическую сторону проведенных исследований, которые, надо полагать, имеют собственную новизну, остановимся лишь на вычислительных аспектах, для чего сначала выскажем некоторые замечания:

- с увеличением числа случайных событий действие центральной предельной теоремы не нарушается, а наоборот усиливается, приводя в пределе к нормальным распределениям;
- энтропия по Шеннону вычисляется через логарифм с основанием 2;
- в обоснованных случаях бесконечностью можно пренебрегать, оставляя необходимое количество событий и указывая точность проводимых вычислений, однако это не может служить основанием для исключения самого понятия математической бесконечности – пусть и абстрактного, но достаточно мощного и продуктивного приема;
- уменьшение скорости сходимости расчетов не является поводом для «обрезания хвостов» с целью получения нужного результата, тем более, когда это касается оценки наличия или отсутствия "золотого" сечения в изучаемом процессе или явлении.

Что касается непрерывных распределений, то для них обычно вычисляются дифференциальные энтропии, абсолютные значения которых не обладают четко выраженным физическим содержанием из-за произвольности выбора оснований логарифма.

Информационный смысл имеет не столько сама дифференциальная энтропия, сколько разность или соотношение двух дифференциальных энтропий, чем и объясняется её название.

В теории информации известно, что среди всех непрерывных распределений с фиксированной дисперсией σ^2 и одинаковым основанием логарифма n наибольшую дифференциальную энтропию

$$H = -\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x)\log_n \varphi(x)dx$$

имеет именно нормальное распределение $H_{\max} = \log_n\left(\sigma\sqrt{2\pi e}\right)$.

При достаточно больших значениях n и вероятности $p = 0{,}5$ биномиальное распределение с дискретной функцией вероятности $f_k = \binom{n}{k}2^{-n}$ "вырождается" в нормальное, поэтому его поведение можно исследовать с помощью распределения Гаусса, характеризуемого плотностью вероятности

$$\varphi(x, x_o, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-x_o}{\sigma}\right)^2},$$

где $x_o = \frac{n}{2}$, $\sigma = \frac{\sqrt{n}}{2}$, $\binom{n}{k} = C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ – биномиальные коэффициенты.

Тогда H_n-мера неопределенности состояния системы (мера хаоса, информационная энтропия) и I_n-мера определенности состояния системы (мера порядка) связаны нормированным уравнением через основание логарифма n [7]

$$1 = \mathrm{H}_n + \mathrm{I}_n = -\sum_{k=1}^{n} f_k \log_n f_k + \sum_{k=1}^{n} f_k \log_n n f_k \,,$$

при достаточно больших значениях n трансформируются в соответствующие величины нормального распределения

$$\begin{cases} \mathrm{H}(n) = -2\int_{x_\text{o}}^{\infty} \varphi(x, x_\text{o}, \sigma) \log_n \varphi(x, x_\text{o}, \sigma)\, dx, \\ \mathrm{I}(n) = 2\int_{x_\text{o}}^{\infty} \varphi(x, x_\text{o}, \sigma) \log_n [n \cdot \varphi(x, x_\text{o}, \sigma)]\, dx. \end{cases} \tag{1}$$

Множитель 2 в системе (1) обусловлен симметрией нормального распределения.

Вместо бесконечности, верхний предел с гарантированной точностью результатов можно принять равным $x_\text{o} + 5\sqrt{n}$, что соответствует интервалу в $10\,\sigma$.

Учитывая свойства логарифмов $\log_n na = 1 + \log_n a$, величина $\mathrm{I}(n) = 1 - \mathrm{H}(n)$.

Точное значение первого интеграла равно

$$\mathrm{H}(n) = \frac{1}{2} + \log_n \frac{\pi e}{2}. \tag{2}$$

Отсюда следует, что пределы $\lim\limits_{n\to\infty} \mathrm{H}(n) = \lim\limits_{n\to\infty} \mathrm{I}(n) = {}^1\!/_2$.

То есть "золотое" сечение не является асимптотикой энтропии биномиального и нормального распределения.

С помощью этой формулы достаточно просто можно исследовать поведение функции энтропии для больших значений n (рис. 1).

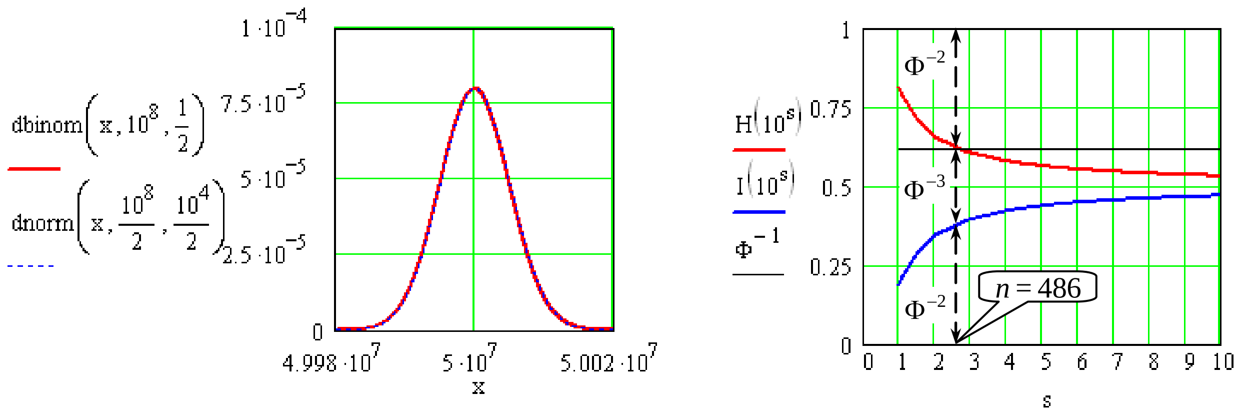

Рис. 1. Графики изменения функций:
а) плотность вероятности для биномиального (dbinom) и нормального (dnorm) распределения, $n = 10^8$;
б) энтропия H и информационная I-мера упорядоченности системы, $n = 10^1 \div 10^{10}$

Например, $\mathrm{H}(486) \approx \Phi^{-1}$, а отношение мер $\mathrm{H}_n / \mathrm{I}_n$ в точке $n = 486$ с точностью до 5 значащих цифр равно константе золотого сечения $\Phi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

В точке $n = 10\,833$ отношение мер $\mathrm{H}(n)/\ \mathrm{I}(n) = 1{,}3703598\ldots \approx \alpha^{-1}10^{-2}$, где α=0,0072973525376 – фундаментальная физическая безразмерная постоянная тонкой структуры. Её численное значение характеризует силу электромагнитного взаимодействия, рекомендовано CODATA и не зависит от выбранной системы единиц.

В невообразимо удаленной точке $n_\alpha = 1{,}565780731 \cdot 10^{43}$ величина энтропии отличается от своего асимптотического значения ровно на значение α, то есть $\mathrm{H}(n_\alpha) - \frac{1}{2} = \alpha$.

Таким образом, **золотое сечение не является асимптотикой энтропии биномиального и нормального распределений.**

Зато для любой пары значений x_0, σ нормального распределения всегда выполняются следующие соотношения с интервалами интегрирования в одну [8] и две сигмы

$$\int_{x_0-\sigma/2}^{x_0+\sigma/2} \varphi(x, x_0, \sigma)\, dx = 0{,}38293 \approx \Phi^{-2},$$

$$\int_{x_0-\sigma}^{x_0+\sigma} \varphi(x, x_0, \sigma)\, dx = 0{,}682689 \approx \Phi^{-2} + 0{,}3.$$

Эти равенства имеют непосредственное отношение к исследуемой асимптотике, поскольку согласно центральной предельной теореме средние значения выборок одинаково распределенных случайных величин имеют нормальное распределение при $n \to \infty$.

Касательно использования ЗС в рыночной экономике, видимо, можно утверждать, что модели на основе приближенного ЗС в экономике могут спокойно работать и быть полезными в теории и практике.

Единственное, так это не нужно голословно настаивать, будто ЗС проявляет себя явно на 100 процентов, поскольку на больших выборках или с увеличением ряда вся структура де-факто стремится к пределу 0,5.

Нет резона с этим особо спорить. Более правильно и логично выстраивать выверенную философию самой экономики.

В идеале она должна содержать: "фифти−фифти" (*fifty−fifty*) или 50 на 50.

В том и "фишка", что на огромные временн*ы*е интервалы никто экономику не прогнозирует. Если и предпринимаются попытки, то без тщательной деталировки. Больше по принципу "выживет – не выживет".

В пределах разумных интервалов упреждения теория квазиЗС может работать достаточно надежно!

Но это нисколько не затрагивает асимптотику ЗС.

2. Сорок псевдонаучных золотых циклов

Лирико-теологическое отступление. С числом 40 связано множество поверий, легенд, суеверий...

Оно встречается во многих религиях и сферах нашей жизни, как сакральное число, связанное с верой человека в загробную жизнь, нумерологией, различными страхами и прочими толкованиями-предрассудками.

Особое место число 40 занимает в священных книгах и церковных канонах:

- 40 дней провел Иисус Христос в пустыне в молитве и в посте, откуда возник великий пост;
- 40 дней прошло от воскресения Христова до его вознесения;
- 40 дней продолжался всемирный потоп;

- 40 лет водил Моисей свой народ по пустыне, прежде чем люди обрели свою землю обетованную;
- 40 дней пробыл Моисей на Синай-горе, после чего получил скрижали завета с откровениями;
- в исламе число 40 символизирует смерть и примирение;
- каждые 40 дней читают Коран;
- 40 дней длится пребывание души в чистилище, прежде чем отправиться в ад или рай;
- 40 колонн имели древние языческие храмы в разных частях света ...

Вероятно, описанное 40-значное сакральное начало как-то повлияло и стало исходной предпосылкой работы украинских авторов [9].

По их мнению, *объект, создаваемый согласно рекуррентной «программе Фибоначчи» с её обобщением на область действительных значений аргумента, спонтанно разрушается при определенных начальных условиях* (–Ф и 1) *и ровно через* 39–40 *циклов переходит в состояние динамического хаоса*.

Безусловно, изучение причинно-следственных отношений в сложной системе «хаос – порядок» и тем более поиск их эвентуальных связей с "золотым" сечением, которое лежит в основе фибоначчиевой модели, представляют большой познавательный интерес.

Однако, весьма сомнительно, чтобы идеальная система, основанная на "золотой" пропорции, самопроизвольно порождала некий хаос, пусть даже детерминированного характера, и слабо увязывается с традиционными о ней представлениями, как уникальной математической константе и одной из главных мер порядка и гармонии в природе.

Всё это дает повод тщательно проверить вычислительные эксперименты [9] и одновременно интерпретировать новые весьма нетривиальные результаты, которые представляются исключительно важными для последующих исследований и расширения знаний о подлинной роли "золотого" сечения в мироздании.

Для этого следует вернуться к исходной позиции.

Известно, что классический ряд целых чисел Фибоначчи с начальными условиями $F_0 = 0,\ F_1 = 1$ задается с помощью аддитивно-рекуррентной рекурсии или аналитической формулы по Бине

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2},$$

$$F_n = \frac{\Phi^n - (-\Phi)^{-n}}{\sqrt{5}}, \quad \Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}618 \ , \tag{3}$$

где $n = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots$ – числа натурального ряда.

Определим непрерывную функцию Люка действительного аргумента x, как обобщение функции Фибоначчи

$$f(x) = f(x-1) + f(x-2) = f_1 F(x) + f_0 F(x-1), \tag{4}$$

где начальные условия $f_0,\ f_1$ – в общем случае произвольные числа, не равные одновременно нулю;

$F(x) = \dfrac{\Phi^x - (-\Phi)^{-x}}{\sqrt{5}}$ – комплексная функция (рис. 2), расширяющая дискретный ряд F_n на непрерывную область так, что $F(n) = F_n$ для целочисленных величин $x = n$.

Дискретный аналог обобщенной функции Фибоначчи с произвольными начальными условиями f_0, f_1 имеет вид

$$f_n = f_{n-1} + f_{n-2} \tag{5}$$

или

$$f_n = f_1 F_n + f_0 F_{n-1}. \tag{6}$$

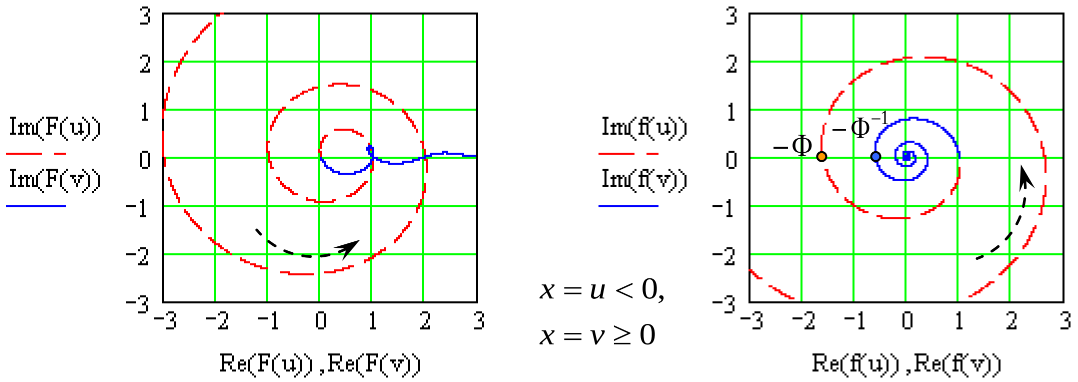

Рис. 2. «Фазовые портреты» комплексных функций Фибоначчи $F(x)$ и $f(x)$ с начальными условиями: $f_0 = 1$, $f_1 = 1 - \Phi$

Зададим начальные условия $f_0 = 1$, $f_1 = 1 - \Phi = -\dfrac{1}{\Phi} = -\dfrac{f_0}{\Phi}$.

Тогда с учетом соотношений (3), (4) имеем

$$f(x) = -\frac{F(x)}{\Phi} + F(x-1) = -\frac{(-\Phi)^{-x-1} + (-\Phi)^{-x+1}}{\sqrt{5}}$$

или после несложных преобразований

$$f(x) = (-\Phi)^{-x}. \tag{7}$$

Это знакопеременная функция затухающих колебаний $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0$ с непрерывным сходящимся к нулю отображением в области комплексных значений (см. рис. 2) и дискретным аналогом

$$f_n = (-\Phi)^{-n}. \tag{8}$$

Отношение $\dfrac{f(x)}{f(x-1)} = -\dfrac{1}{\Phi}$ не зависит от x.

Итак, один и тот же рекурсивный нелинейный процесс f_n имеет два разные математические описания: в виде рекуррентного представления (5) с операцией сложения и аналитического выражения (8) через степенную зависимость.

Их адекватность несомненна, но в вычислительном плане тождественными их назвать нельзя, в виду разного количества производимых операций.

Так, точность представления числа $\Phi > 1$ в формулах (6), (8) не оказывает существенного влияния на конечный результат, то есть $f_n \to 0$.

Иначе себя ведет аддитивно-рекуррентная форма (5), которая в зависимости от порядка "загрубления" числа Ф рано или поздно приводит к срыву затухающего автоколебательного процесса со спонтанным возникновением эффекта нарастающего хаоса (рис. 3).

Дело здесь обстоит не столько в выборе исходных значений, как утверждают авторы [9], сколько в обычной точности машинных вычислений по формуле (5).

В частности, обычно принимаемое по умолчанию преставление чисел в ряде вычислительных программных средств ЭВМ (например, MatCad) с 16 значащими цифрами как раз и приводит к возникновению точки перехода в области $n = 39–40$ (см. нижний график на рис. 3).

Как говорится, «ваяли кубический шар, а вышел шаровой куб; вещь стоящая, жаль бесполезная» [1].

То есть сама по себе **точка бифуркации в 40 циклов не несет никакого фундаментального смысла, в том числе для эзотерических знаний**.

Чтобы в этом убедиться лишний раз, достаточно перейти к вычислениям с плавающей запятой, когда по мере увеличения количества значащих цифр критическая точка будет сдвигаться по числовой оси всё дальше вправо до бесконечности, приближаясь в идеале к аналитическому виду (8).

Таким образом, *накопление ошибок машинного округления в реальных расчетах и приводит к ошибочному толкованию спонтанного возникновения бифуркации*.

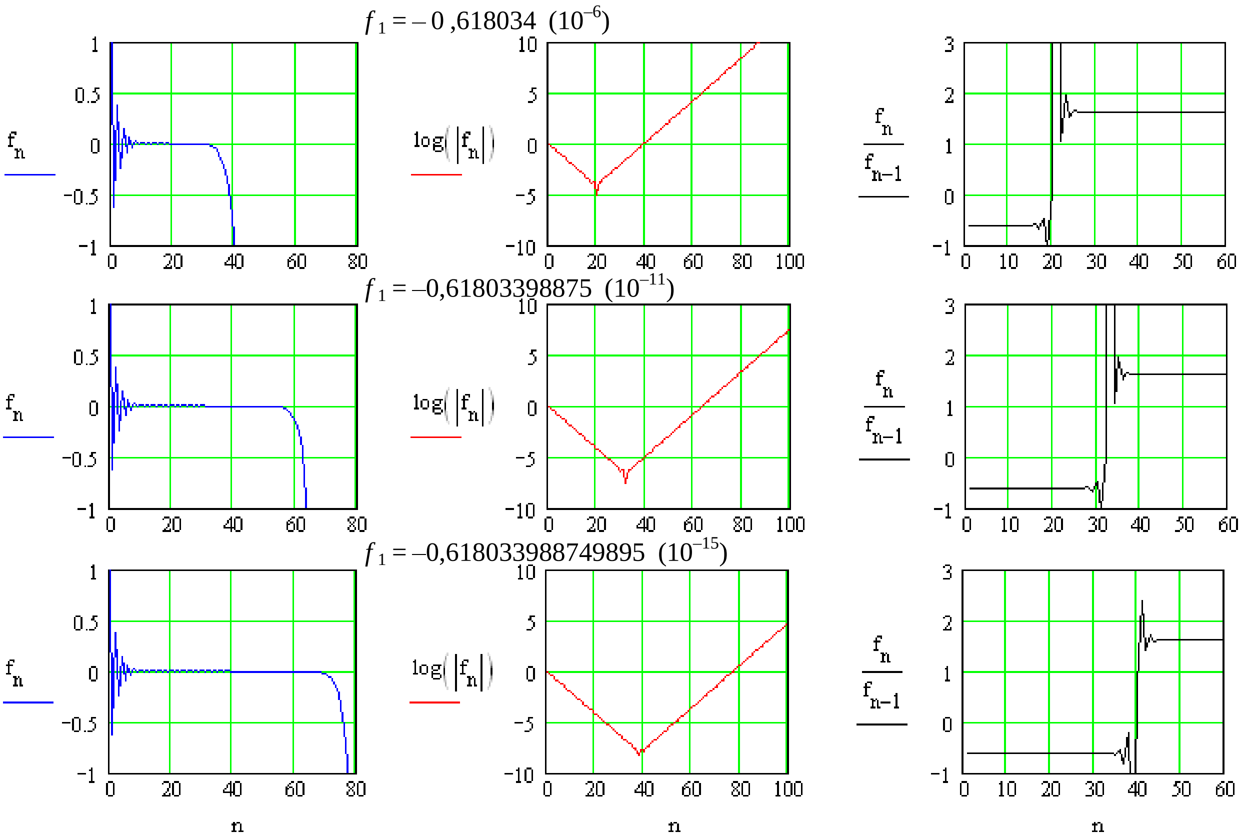

Рис. 3. Потеря устойчивости аддитивно-рекуррентной модели $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$ с начальными условиями $f_0 = 1$, $f_1 = 1 - \Phi$ в зависимости от точности иррационального числа Ф

Итак, математика – в порядке. Проблема издержек округления – тоже не нова. Какие же новые полезные знания может нам дать полученный результат?

Прежде всего, это наличие самого явления: в неидеальной математической системе в виде аддитивной рекурсии почти полностью исчезающий процесс со временем возрождается, но в совершенно новом качестве (графики справа на рис. 3).

Число Ф настолько идеально по своим уникальным качествам, что малейшее отклонение в исследуемой системе приводит к потере её устойчивости и смене состояний, а коридор колебаний становится здесь соизмеримым с бесконечно малыми величинами.

Возвратимся к модели (5) $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$, но с измененными начальными условиями $f_0 = 1, \;\; f_1 = 1 - \Phi + \delta$, где параметр δ – достаточно малое внешнее возмущение системы.

Точка приложения возмущающего воздействия «привязана» к параметру $n = 1$ чисто условно из соображений удобства сопоставления величины δ с единицей или точностью представления числа Фидия Ф. В общем случае импульсное вмешательство в систему может произойти на любом итеративном цикле n.

Результаты машинных экспериментов при вычислении выражений с плавающей запятой и повышенной точностью расчетов (рис. 4) показывают, что с уменьшением начального возмущения системы δ точка срыва затухающего процесса сдвигается вправо.

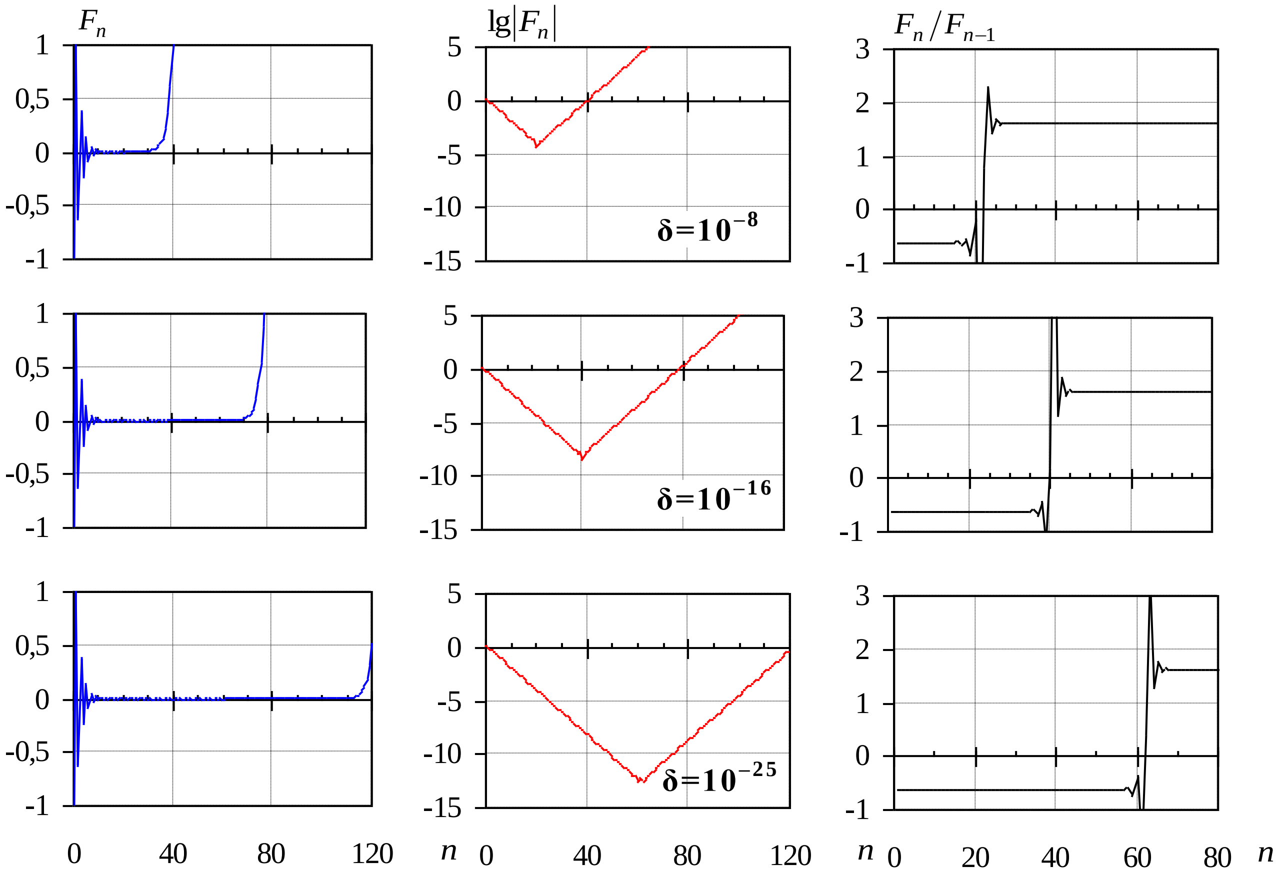

Рис. 4. Отклик исследуемой системы на возмущающее воздействие δ

Даже в самой идеальной вычислительной системе (с безукоризненно точным представлением иррациональных чисел) каким бы малым ни было возмущение δ, рано или поздно мы подойдем к точке бифуркации, что обусловлено чрезвычайно сильной чувствительностью поведения системы к начальным условиям.

Результат такой чувствительности проявляется в том, что поведение нашей системы в определенный момент (спонтанного всплеска) кажется случайным, хотя исходная модель, описывающая нелинейную динамическую систему, является детерминированной.

Однако и новое качественное состояние нельзя назвать абсолютным хаосом, поскольку четко сохраняется вновь возникшее соотношение между соседними членами последовательности.

Аналитический расчет точки бифуркации. Вернемся к непрерывному аналогу (4).

Изменение начальных условий дает

$$f(x)=\left(-\Phi^{-1}+\delta\right)F(x)+F(x-1)$$

или после несложных преобразований

$$f(x)=(-\Phi)^{-x}+\delta F(x), \tag{9}$$

где $F(x)$ – комплексная функция Фибоначчи действительного аргумента x.

Непрерывная функция (9) для целочисленных значений x адекватна рекурсии $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$ с начальными условиями $f_0=1,\ \ f_1=1-\Phi+\delta$.

С помощью функции (9) уже можно проводить расчеты с любой приемлемой (инженерной) точностью вычислений, изучая поведение аддитивной рекурсии.

В частности, достаточно точно определяется момент бифуркации.

Прекращение процесса затухания колебаний происходит в точке $x=N$ (рис. 5) при достижении модуля $f(x)$ минимума или соизмеримости двух слагаемых в правой части уравнения (9), что для малых значений δ приводит к уравнению $\sqrt{5}\Phi^{-N}\approx\delta\Phi^{N}$, откуда

$$N=\frac{\lg\sqrt{5}-\lg\delta}{2\lg\Phi}.$$

То есть для сколь угодно малого значения возмущения $\delta=10^{-k}$ в системе обязательно возникнет срыв затухающих колебаний в точке $N\approx 1+2{,}4\cdot k$.

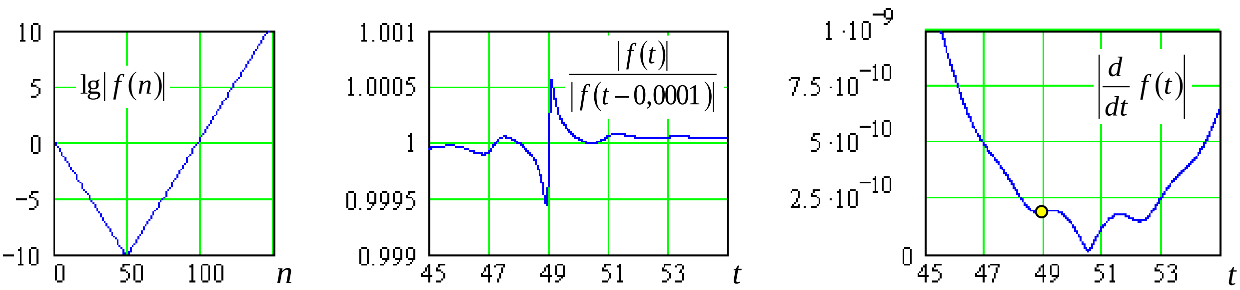

Рис. 5. Характеристики возникновения бифуркации в системе $f(t)=(-\Phi)^{-t}+10^{-20}F(t)$ со срывом затухающих колебаний в точке $N=49$

Анализируя графики (рис. 4–5), не трудно заметить похожесть процесса на модель «большого взрыва» Вселенной. Изложенное позволяет высказать гипотезу, что такая система является неким прообразом и исходным алгоритмом образования космоса или кодом Вселенной, в основе которого лежит аддитивная рекурсия с "золотой" пропорцией [10].

Более подробно данная тема изложена в работе [11].

3. Псевдотайна золотого ряда

Классическая аддитивная рекурсия типа (3)–(6), как правило, порождает возрастающие числовые последовательности, близкие по своим свойствам к геометрической прогрессии.

Периодические свойства подобным рядам не свойственны.

Вместе с тем после несложных преобразований тем или иным способом могут проявляться весьма любопытные сокрытые периодичности.

Это весьма интересное наблюдение математиков и простых любителей арифметических задач на вычисление, поскольку даже простой рекуррентный ряд чисел Фибоначчи по схеме «будущее = прошлое + настоящее» в своем движении приводит к аттрактору в виде иррационального решения, которое проявляет циклические свойства через разложение в бесконечную цепную дробь.

Например, в статье [12] не просто фиксируется нумерологический ряд Фибоначчи, но разносторонне анализируются скрытые закономерности на основе специфического аппарата эзотерической математики. Но вот утверждения о том, что «*установлена неизвестная*, скрытая периодичность членов» данного ряда и «*определено* 24-х разрядное число скрытого периода», скорее всего с большой натяжкой могут быть соотнесены с получением ранее неизвестных знаний.

В ряде других публикаций также вносится собственное видение нумерологических свойств чисел Фибоначчи, например, с разбивкой периодичности на 12 шагов и увязкой с «периодически вращающейся системой зодиакальных созвездий» (П. Сергиенко).

Однако сильное желание зафиксировать лидерство приводит к тому, что каждый из авторов субъективно настаивает на своем «открытии этой математической закономерности». Хотя на поверку это далеко не так.

С другой стороны, развивается мысль об идентичности чисел Фибоначчи и золотого сечения, что неверно. Ибо имеем различные математические структуры. Потому некорректно проводить параллели между свойствами чисел Фибоначчи и золотого сечения.

Взгляд в прошлое. История вопроса о преобразовании чисел путем сравнения с другими числами восходит к глубокой древности.

Так, в календаре Майя использовали сокращение чисел по модулю 13.

Древние скандинавы применяли "урезание" по модулю 24.

В древних рунах нашло отражение нумерологическое сокращение по модулю 8.

Применительно к числам Фибоначчи еще в далеких 60-х годах прошлого столетия математики упорядочили и развили известные разрозненные знания на единой общей теоретической основе.

Так, в работе [13] была установлена периодичность последовательностей Фибоначчи по модулю m (Fibonacci Sequence Modulo m).

Составлены таблицы различных последовательностей [14, 15], а сами значения периодов названы периодами Пизано [15], что зафиксировано в математической энциклопедии Wolfram MathWord.

Для $m = 1, 2, 3, \ldots$ они равны 1, 3, 8, 6, 20, 24, 16, 12, 24, 60, 10, ... (Sloane's [16] A001175).

Применительно к упомянутой нумерологической ситуации в данном частном случае речь идет о числовых рядах по модулю 9 или $(\mathrm{mod}\, 9)$ с периодом 24, что равносильно "свертыванию" чисел по теософской редукции.

Это как раз то самое, скажем не очень частое стечение обстоятельств, когда предметы исследования обычной и эзотерической математики практически совпадают.

Данная тема постоянно развивается.

Достаточно широкое описание числовых рядов по модулю m можно найти в [17].

Многие последовательности зафиксированы в On-line энциклопедии Слоэна [16].

Там же представлена более подробная справочная информация.

Так что затронутый вопрос имеет естественное происхождение, давнее решение, изначально мало похожее на изотерический вектор, и продолжает свое дальнейшее развитие.

Но в том, что он пришел из обычной математики 60-х годов, сомневаться не приходится. За столь длительное время (30–40 лет) разными путями его идеи могли "просочиться" на благодатную почву эзотериков и много раз ими же воспроизведены.

Одно только малопонятно. – Зачем нарочито принижать уровень собственных исследований, опуская ссылки на публикации своих коллег? – И если не очень давнишние статьи, то хотя бы осовремененные.

А так, вместо преемственности, получается сплошная вереница непрерывных "открытий".

Тем не менее, на сегодня можно уверенно утверждать, что математики обобщили существующие свертывания чисел в рамках единой теории путем простой операции взятия модуля (остатка от деления).

Ларчик открывается просто. Нумерологическая последовательность чисел Фибоначчи сводится к последовательному суммированию чисел ($k = 1, 2, \ldots$) по модулю 9

$$F_{k+1} = (F_k + F_{k-1}) (\bmod 9)$$

с заданными (принятыми) начальными условиями (F_0, F_1), не равными одновременно нулю.

Откуда берутся периоды в такой последовательности? – Они существуют абсолютно объективно. – Здесь нет особо потаенного сакрального начала и тем более необъяснимого или таинственно-мистического присутствия чего-либо.

Две последовательные цифры (от 1 до 9) в разных сочетаниях и с учетом порядка следования образуют ровно 80 возможных комбинаций $80 = 9 \cdot 9 - 1$, за вычетом одной тривиальной пары (9, 9), эквивалентной (0, 0), которая формирует нулевой ряд.

Таким образом, максимум через 80 шагов после полного перебора возможных пар мы обязательно выйдем на уже встречающуюся пару чисел, что и будет означать возникновение периода. В виду специфики вычислений и суммирования отдельных цифр, фактически у нас появляется основной период в 24 шага (табл. 1) $24 \cdot 3 + 8 = 80$, что составляет $(24/80) \cdot 100 = 30$ % от максимально возможной длины интервала.

Таблица 1

Полный набор возможных "затравочных" пар чисел (по горизонтали) для формирования периодов последовательностей Фибоначчи /по модулю 9/

1	**1**	2	3	5	8	4	3	7	1	8	9	**8**	**8**	7	6	4	1	5	6	2	8	1	9	1	1	...	24
2	**2**	4	6	1	7	8	6	5	2	7	9	**7**	**7**	5	3	8	2	1	3	4	7	2	9	2	2	...	24
3	**3**	6	0	**6**	**6**	3	0	3	3	...																	8
4	**4**	8	3	2	5	7	3	1	4	5	9	**5**	**5**	1	6	7	4	2	6	8	5	4	9	4	4	...	24

Для упрощения отслеживания всей ситуации в процессе исследований рекомендуется выбирать вначале одинаковые затравочные числа $F_0 = F_1$, а уже потом – недостающие пары, если таковые вдруг окажутся.

Какую бы двоицу соседних чисел мы не взяли из любой строчки табл. 1 в качестве начальных условий, мы автоматически выходим на соответствующую периодичность по этой строке.

Почему период T составляет именно 24, показано в работе [18]. В ней же отмечено:

– так называемое нумерологическое суммирование чисел Фибоначчи, эквивалентное операнду (mod 9), – одно из бесконечного множества "свертываний" данных рядов по модулю m;

– аддитивные двухчленные последовательности по модулю m периодичны и имеют четные периоды;

– конкретная конфигурация и периодичность следования разрядных цифр зависят от основания позиционной системы счисления.

– теософская редукция (Num-суммирование) чисел Фибоначчи эквивалентна операнду по модулю $m = 9$ и приводит к периоду: $T(9) = T(3^2) = 3 \cdot T(3) = 3 \cdot 8 = 24$.

Искусство личного приобщения к приоритетам (по Стахову). Мы не станем использовать такое неприглядное слово, как "плагиат". Назовем это искусством приобщения к приоритетам. Чужим, разумеется.

Авторов логично отнести к "искусствоведам".

В свое время на страницах виртуальной тримурти-академии АТ шёл разговор о «нумерологических числах Фибоначчи». Профессор А. Стахов искреннее изумлялся [19] новому для него свойству чисел Фибоначчи, с которым познакомился из работы "числонавта" А. Корнеева [12].

Прошло всего 2 года... И вот *профессор А. Стахов в своей английской монографии* [20] *без единой ссылки* (!) *публикует материал уже полностью от себя* (раздел 2.3). Даже таблица А. Корнеева перекочевала к нему один к одному и стала табл. 2.3 на стр. 70.

Такое себе лёгкое заимствование-присваивание чужого интеллектуального труда.

Автору-искусствоведу невдомёк, что этот материал оброс длиннющей 50-летней бородой.

Подобные числовые байки-небылицы, возможно, производят впечатление для неискушенного русскоязычного читателя. На отдельно взятом Интернет-ресурсе.

Англосаксы с их основательной школой-ассоциацией Фибоначчи о таком сложении по модулю давным-давно прекрасно знают. Излагать подобные вещи "от себя" на английском языке бестолково. Что называется, «девяносто девять раз из ста рисковать попасть пальцем в небо» (Салтыков-Щедрин, 1885).

Вместо заключения, в части небылиц о золотом сечении приведём слова неизвестного автора: «Простой русский человек не любит математику – она почти всё доказывает от противного. Зато он любит сказки – они почти всё доказывают от приятного».

Надо полагать, золотоносные сказки ещё не один раз найдут своего доверчивого и простодушного читателя.

Литература:

1. Василенко С.Л., Белянин В.С. Золотоносные наносы (сокрытие тайны "экстремальной" энтропии) // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.16577, 21.06.2011. – trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161845.htm / Энергия форм. – x-faq.ru/index.php?topic=11.180.

2. Василенко С.Л. Очередная сказка о золотом сечении // Математические и исторические исследования гармонии и красоты в природе и искусстве. – 07.01.2014. – artmatlab.ru/articles.php?id=111&sm=2.

3. Василенко С.Л. Асимптотика "золотого" сечения // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.15252 от 25.04.2009. – trinitas.ru/rus/doc/0232/012a/02322042.htm.

4. Иванус А.И. Золотое сечение в системах с биномиальным законом распределения // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.13681, 18.08.2006. – trinitas.ru/rus/doc/avtr/01/0803-00.htm.

5. Иванус А.И. К вопросу о постановке задачи гармонизации для экономических систем // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.14784, 28.04.2008. – trinitas.ru/rus/doc/avtr/01/0803-00.htm.

6. Иванус А.И. Экономика: гауссовость, золотое сечение, негауссовость // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.15244, 22.04.2009. – trinitas.ru/rus/doc/avtr/01/0803-00.htm.

7. Харитонов А.С. Симметрия хаоса и порядка в круговороте энергии: Холистическая парадигма триединства природы, человека и общества. – М.: Энергия, 2004. – 172 с.

8. Василенко С.Л. Случайность и "золотая" пропорция в системе «хаос–порядок» // АТ, М. – Эл. № 77-6567, публ.15220, 09.04.2009. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/012a/02322034.htm.

9. Сокольчук К.Ю., Остапович В.В. Золотая пропорция, фракталы и хаос в связи с некоторыми представлениями о мироздании // Клуб константа. – Киев, 2007. – http://314159.ru/mathematics.htm.

10. Василенко С.Л. Бифуркации в нелинейной динамической модели на основе "золотого" сечения // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.15232 от 14.04.2009. – trinitas.ru/rus/doc/0232/012a/02322037.htm.

11. Василенко С.Л. Золотая пропорция как ядро генома мироздания // Математические и исторические исследования гармонии и красоты в природе и искусстве. – 12.07.2011. – artmatlab.ru/articles.php?id=30&sm=2 // Научно-техническая библиотека SciTecLibrary. – 13.07.2011. – sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/11214.html // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.17099, 13.12.2011. – trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322080.htm.

12. Корнеев А.А. Структурные тайны золотого ряда // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.14359, 21.04.2007. – trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321047.htm.

13. Wall D.D. Fibonacci Series Modulo *m* // American Mathematical Monthly. – Vol. 67 (1960). – P. 525–532.

14. Shah A.P. Fibonacci Sequence Modulo *m* // Fibonacci Quarterly. – Vol. 6 (1968). – P. 139–141.

15. Wrench J.W. Review of B.H. Hannon and W.L. Morris. Tables of Arithmetical Functions Related to the Fibonacci Numbers // Math. Comput. – **23**, 459–460, 1969.

16. Sloane N.J.A. The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences. – research.att.com/~njas/sequences.

17. Renault M. The Fibonacci Sequence Modulo *m*. – 1996. – math.temple.edu/~renault/fibonacci/fib.html.

18. Василенко С.Л. Циклические структуры и сокрытые периодичности суммирующих рекурсий // АТ – М.: Эл. № 77-6567, публ.15756, 17.01.2010. – trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161603.htm.

19. Стахов А.П. Удивительное математическое свойство рядов Фибоначчи // АТ. – М., Эл. № 77-6567, публ.14385, 06.05.2007. – trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321050.htm.

20. *Stakhov A.* Mathematics of Harmony: From Euclid to Contemporary Mathematics and Computer Science. – N.Y.: World Scientific, 2009. – 694 p.

Харьков, Украина

Авторские страницы:

http://www.artmatlab.ru/authors.php?id=21&sm=3

http://www.sciteclibrary.ru/rus/avtors/v.html

http://www.trinitas.ru/rus/doc/avtr/01/0738-00.htm