

La matematica e l'architettura del Partenone

Roberto Brigo

Abstract

This great work of art bequeathed through time continues to arouse our interest, also because of its scientific features. Studying such an extended temple allows us to experience the sensitivity of its creator, and it evokes a sense of the ways in which people used to think and feel during that historical period. The architectural features come from the Greek passion for the sciences, in particular for mathematics; ranging from prime numbers 2 and 3, with their odd/even distinction, to their turning into 4 and 9, from the Pythagorean triangles with their 3-4-5 long sides, to the sections comprising of, as in music sheets, the architectural arrangement: science turns into art. With respect to those mathematical sets, one may identify the foot as the unit of measurement used in the Parthenon, as well as discover the intellectual and diagrammatic processes drawing us ever closer to the secret core of this work of art.

DESCRIZIONE

Si espongono alcune considerazioni per portare un contributo al processo critico-conoscitivo in corso sull'evoluzione storica, costruttiva e formale del Partenone. All'inizio della lettura dell'organismo architettonico vorremmo essere d'accordo con L. Borsari: 'Anzitutto dobbiamo proporci il rispetto assoluto per l'autenticità di quanto sopravvive nelle antiche opere ed una completa rinuncia alle idee aprioristiche ed a quelle derivanti dalla lettura di centinaia di volumi critici, per interrogare invece i monumenti e tenere conto di quanto essi dicono, e sul resto, imitarli: tacendo'.¹ Il campo d'indagine è assai vasto e diversificato, per 'procedere' dovremmo fare un percorso 'a ritroso', attorno all'insieme dei segni leggibili del Partenone, ai disegni delle sue forme originarie e ripercorrere nella nostra mente le operazioni di coloro che li realizzarono, alla ricerca di un principio unitivo che emerga sul disordine delle impressioni.

E' un'opera che proviene da un mondo i cui riferimenti culturali erano assai diversi dai nostri e certamente diverso era il modello progettuale, le regole operative, la rappresentazione delle geometrie ed altro. Il Tempio, pur avendo perduta l'integrità dell'immagine originaria, nella sua attuale forma fisica e figurativa consente una buona leggibilità della sua architettura. L'opera è ampiamente studiata,² nei numerosi saggi si evidenzia anche la sua composizione sorvegliatissima ed accurata. Dall'esame dei disegni dei vari elementi a poco a poco si notano le combinazioni, gli accordi e le proporzioni applicate ai problemi artistici, secondo teorie scientifiche dell'estetica classica.

Sono teorie che troviamo nelle fonti letterarie antiche e che mettono in evidenza anche le affinità che presentano le arti dell'architettura e della scultura. In particolare Vitruvio³ indica delle concordanze relative alle misurazioni proporzionali; Galeno⁴ mette in evidenza il problema della modularità nella scultura - riferita a quella di Policleteo - e dice che il modulo non è tratto da un sistema metrologico che porterebbe a delle combinazioni artificiali di misure astratte, ma è nella scultura stessa. Sono formulazioni che portano all'arte del Rinascimento, agli studi delle proporzioni e del ritmo che maestri come Leon Battista Alberti e Leonardo da Vinci considerarono nelle loro ricerche sulla bellezza. Nello specifico del Partenone, fra i problemi legati alla proporzionalità, quello che risulta assai controverso è relativo all'unità di misura con cui il Tempio dovrebbe essere stato progettato e costruito. Sull'argomento sono impegnati vari studiosi e specialisti dell'architettura classica.

Per Vitruvio l'unità di misura si dovrebbe ottenere dividendo la lunghezza del lato corto della piattaforma su cui poggiano le colonne (stilobate) per una cifra fissa, 27 se il tempio è di quattro colonne (tetrastilo), 42 se il tempio è di sei colonne (esastilo).⁵ Per quanto riguarda i templi di otto colonne (ottastilo), come il Partenone, non si hanno indicazioni.

Nel 1787 J. Stuart presenta una ricerca che, partendo dalla misura del lato corto del Tempio e dividendo per 100, ottiene l'unità di misura di metri 0,30827.⁶ Per lo stesso problema anche altri autori hanno utilizzato il numero 100 e sono arrivati a valori simili, come A. Paccard,⁷ A. Aurès⁸ e F.C. Penrose.⁹ Plutarco scrive che il Partenone, a

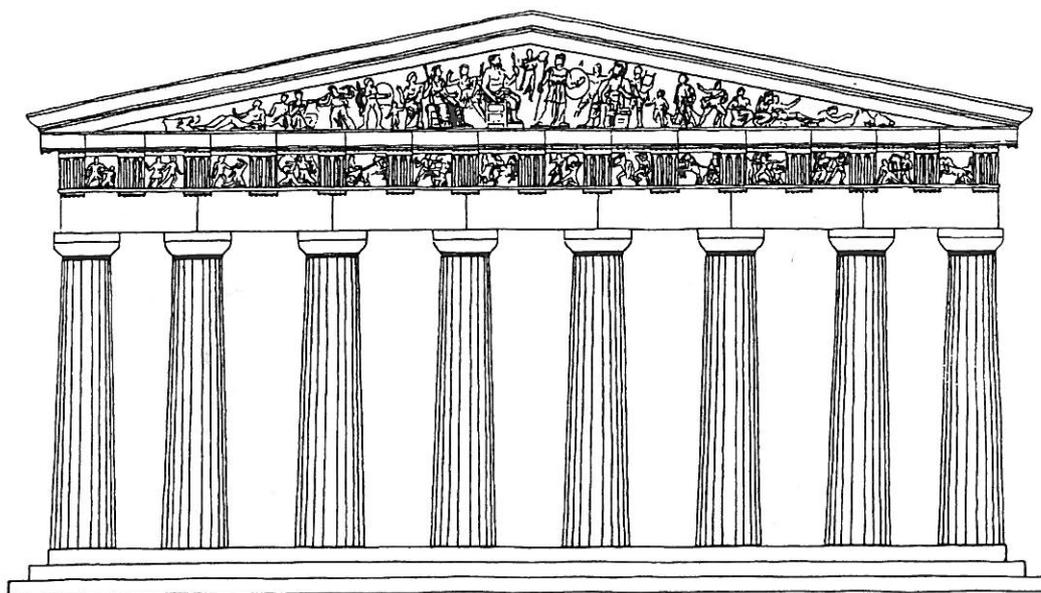


Fig. 1. Partenone, fronte est; ricostruzione.

cui lavorarono Callicrate e Ictino, è di 100 piedi;¹⁰ *hekatompedos*, 100 piedi, è l'antica denominazione della cella del tempio. Intorno alla dimensione della lunghezza interna della cella W. Dörpfeld, utilizzando il numero 100, ottiene l'unità di misura di metri 0,328.¹¹ Il numero 100 è usato da W.B. Dinsmoor¹² e A.K. Orlandos.¹³

La ricerca è continuata e, in occasione del Parthenon-Kongress di Basilea del 1982, vennero presentati i lavori di molti autori intorno al problema dell'unità di misura del Partenone, con interpretazioni e conclusioni diverse. Nello stesso periodo S. Stucchi, partendo da misure interne della cella e dividendo per 100 ottiene l'unità di misura di metri 0,305.¹⁴ In successive ricerche R. de Zwarte definisce la misura di m 0,2986 piede ionico e lo verifica anche nel Partenone.¹⁵

Proseguendo nell'indagine e con le precedenti considerazioni, in particolare quelle delle corrispondenze fra scultura e architettura, dobbiamo soffermarci sull'affusolata colonna del Tempio, dell'ordine dorico, con la caratteristica della colonna scanalata senza base e quella dell'elemento posto in cima alla stessa (capitello), parte del quale ha la forma di un cuscino (echino). Il dato che si riscontra nei rilievi ed a cui si fa riferimento è la misura di ognuna delle 20 scanalature (fig. 2), equivalente a metri 0,298,¹⁶ piede architettonico. È un dato rilevante e significativo in questo inizio di ricerca, indica una misura comune da cui trova applicazione la scala delle proporzioni.

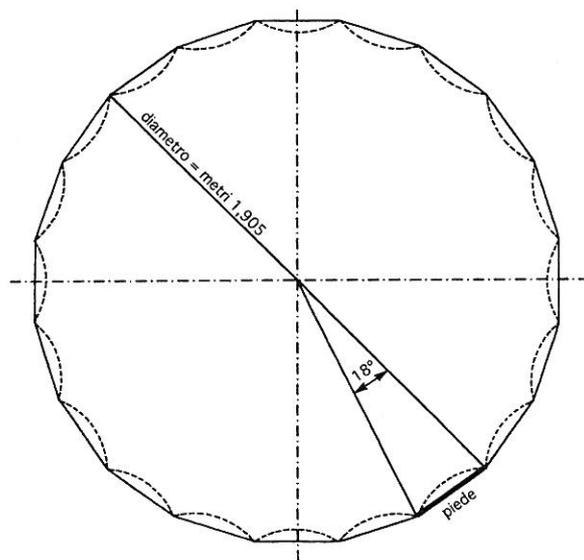


Fig. 2. Partenone, sezione di base della colonna.

- Con lo svolgimento i punti da elencare sono:
- 1) l'unità di misura equivalente a metri 0,298,
 - 2) l'unità di misura si riscontra in una unità visibile del Partenone, in ognuna delle 20 scanalature della colonna.

È noto che una delle caratteristiche dell'architettura del Partenone è il rapporto 4 : 9, rapporto ricorrente che si riscontra tra le varie parti in orizzontale, in verticale, all'esterno, ed all'interno. Fra queste parti abbiamo la struttura orizzontale sulla

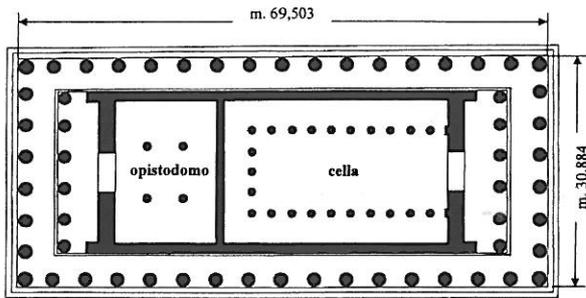


Fig. 3. Partenone, pianta.

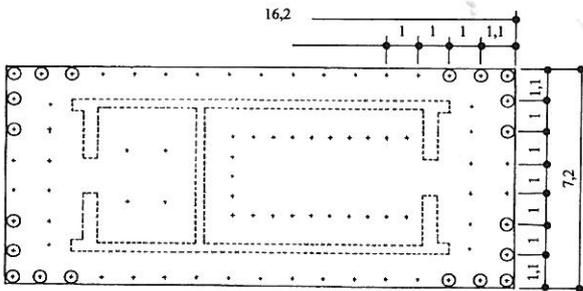


Fig. 4. Partenone, schema degli interassi delle colonne.

quale poggiano le colonne (stilobate), al gradino più alto (fig. 3), larghezza e lunghezza sono in rapporto 4 : 9.

In precedenza si sono evidenziate alcune caratteristiche formali delle colonne, ora dobbiamo soffermarci sul loro posizionamento lungo il perimetro, tenendo conto dei rilievi.¹⁷

Si mettono in evidenza gli interassi delle colonne (*i*) e la dimensione dello stilobate, la piattaforma su cui poggiano le colonne, equivalente a metri 30,884 e metri 69,503. Gli interassi delle colonne sono 5 più 2 d'angolo nel lato della larghezza e 14 più 2 d'angolo in quello della lunghezza (fig. 4). Con il numero degli interassi delle colonne e il rapporto 4 : 9, si ottiene:

$$7,2 : 16,2 = 4 : 9.$$

L'interpretazione è questa: la larghezza è formata da 5 interassi più 2 d'angolo ognuno di questi ultimi equivalenti a:

$$1,1 \times i$$

in modo da avere

$$5 + 1,1 + 1,1 = 7,2$$

così per la lunghezza

$$14 + 1,1 + 1,1 = 16,2;$$

si tratta ora di stabilire gli interassi *i*.

Procediamo in questo modo: considerata la larghezza dello stilobate del Partenone di metri 30,884, essendo gli interassi *i* equivalenti a 7,2: metri 30,884 : 7,2 = metri 4,29 (interasse *i*).

Con questa procedura si eseguono le operazioni anche partendo dalla lunghezza dello stilobate e si ottiene lo stesso risultato:

$$\text{metri } 69,503 : 16,2 = \text{metri } 4,29 \text{ (interasse } i\text{)}.$$

Se l'interasse di metri 4,29 si divide per l'unità di misura di metri 0,298 si ottiene il numero di unità per ogni interasse uguale a 14,4 (numero significativo considerando il numero 7,2 precedente). La procedura spiega la misurazione della pianta del Partenone avendo come riferimento il numero degli interassi delle colonne. Altri numeri significativi si ottengono da semplici rapporti, anche di tipo diverso, fra questi:

- il rapporto fra il numero di interassi totali del fronte con quelli centrali, $7,2 : 5 = 1,44$;
- il rapporto fra la larghezza e la lunghezza dell'opisthodomos, $m \ 19,040 : m \ 13,220 = 1,44$;
- il rapporto tra la larghezza dello stilobate e la larghezza della cella, $m \ 30,884 : m \ 19,065 = 1,62$;
- il rapporto fra la lunghezza esterna del sekos (cella + opisthodomos) e la lunghezza interna della cella, $m \ 48,27 : m \ 29,786 = 1,62$.

Sono altri dati significativi per avvicinarci, dalle misure attuali del Partenone, alle sue misure nominali-progettuali, alla proporzionalità dell'insieme.

Nella parte che segue si fa riferimento ai rapporti ed alle circostanze metriche che acquistano un significato particolare. Sin qui abbiamo i numeri 4 - 9 - 7,2 - 14,4 - 1,44 - 16,2 - 1,62, indicando la presenza di un repertorio, che è possibile individuare partendo dai numeri primi 2 e 3 nelle diverse combinazioni:

$$2 / 3$$

$$2^2 / 3^2 = 4/9$$

$$2^2 \times 3^2 = 36 \leftrightarrow 72 \leftrightarrow 7,2 \leftrightarrow 14,4 \leftrightarrow 1,44 \leftrightarrow 2,88 \leftrightarrow 5,76 \leftrightarrow 57,6$$

$$2^3 \times 3^3 = 64 \leftrightarrow 32 \leftrightarrow 3,2$$

$$3^2 \times 3^2 = 81 \leftrightarrow 162 \leftrightarrow 16,2 \leftrightarrow 1,62$$

$$7,2 / 16,2 = 4 / 9.$$

Sono utilizzati anche i numeri 100 e 192 (64×3).

Questo gruppo di numeri rappresenta il repertorio aritmetico che si combina nell'architettura del Tempio. Da questi numeri, con prodotti e divisioni, si ottengono altri numeri presenti nel Partenone, tra questi:

$$- 4,32 = 1,44 \times 3;$$

$$- 3,24 \text{ e } 2,43 \text{ (permutazioni dal numero } 4,32\text{)}^{18}$$

$$- 8,1 \text{ e } 1,8.$$

Dalla misura che si riscontra alla base della scanalatura della colonna (metri 0,298) con i dati dei rilievi, questi numeri si ricavano nelle quantità e nei rapporti fra le varie parti architettoniche, in orizzontale, in verticale, all'esterno ed all'interno del Tempio. Dicevamo dell'architettura e degli

stretti rapporti che uniscono il suo linguaggio a quello della scultura. E per la sostenibilità del concetto ci è parsa molto espressiva la formulazione di Rh. Carpenter nel suo ben noto saggio: 'Chiunque oggi contemplando i resti di un antico tempio greco senza percepire tale corrispondenza fra le due arti, per cui un insieme di molte centinaia di parti distinte è stato fuso in un tutto monolitico, come se si trattasse di una scultura, non riesce a cogliere il vero livello raggiunto dall'architettura greca'.¹⁹

L'analisi che stiamo conducendo ci porta a considerare le quantità, i rapporti di quantità, le proporzioni parziali che ordinano al loro interno i vari componenti: si riconoscono connessioni ed intersezioni, si colgono alcuni principi. Con il rapporto che compare in più parti, il rapporto 4 : 9, ci troviamo in una delle 'categorie' vitruviane, quella della simmetria (fig. 5). Fra la larghezza e la lunghezza del Partenone vi è una corrispondenza che gli antichi chiamavano simmetria, poiché i due valori, pur non essendo uguali, sono misurati in multipli di una unità comune.

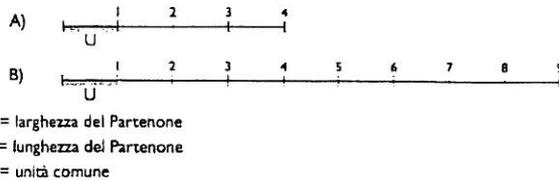


Fig. 5. Simmetria, i segmenti A e B sono fra loro in rapporto 4 : 9.

Riportando l'unità comune U sul fronte del Partenone si ha:

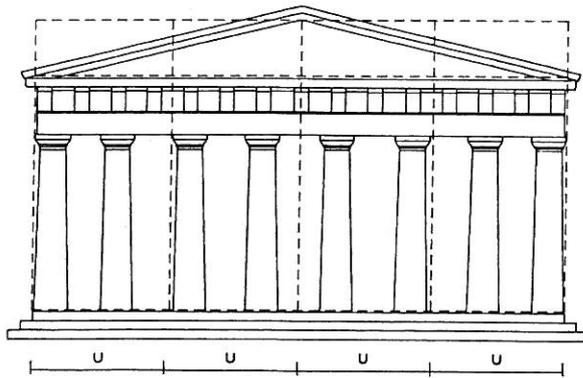


Fig. 6. Partenone, il fronte con lo schema delle unità comuni.

Dalla figura precedente si ottiene:

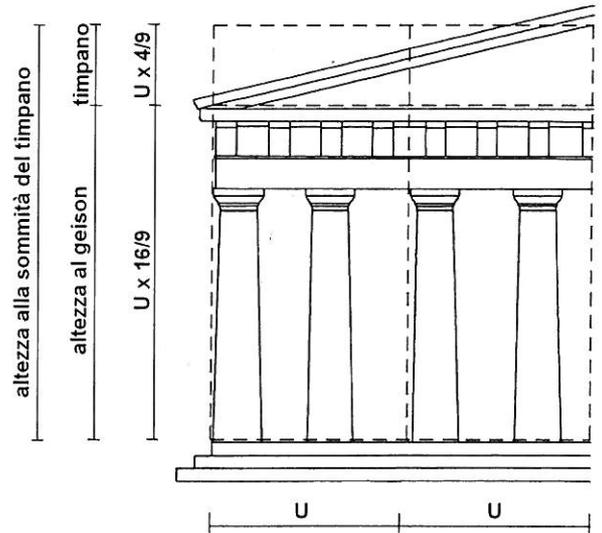


Fig. 7. Partenone, schema dell'unità comune U in alzato, con gli stessi rapporti 4 : 9 della pianta.

Passando al rapporto 4 : 9 possiamo dividere l'unità comune U in nove parti:

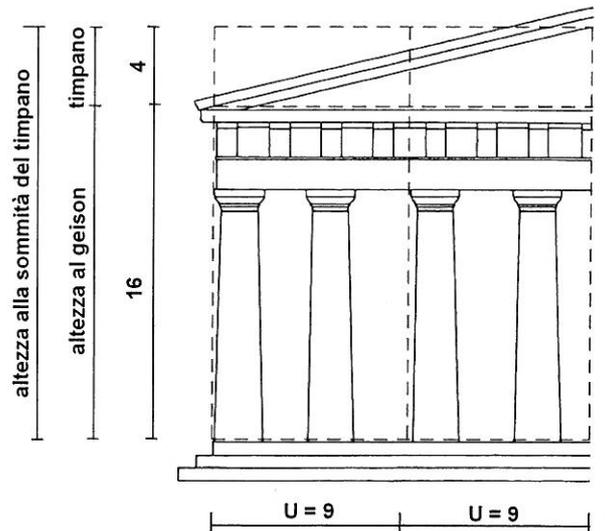


Fig. 8. Partenone, schema dell'unità comune U in alzato con suddivisioni.

Con le ultime elaborazioni siamo giunti ad un punto centrale della nostra ricerca: la formazione di partiture generali di riferimento per la composizione architettonica del Partenone. Queste partiture formano una unità numerica per la consonanza delle parti tra di loro e con il tutto (fig. 9).

In rapporto con le dimensioni orizzontali sono posti in rilievo: l'altezza della colonna, dell'architrave (epistilio), del fregio (triglifo-metopa), del cornicione (geison), del timpano e quindi l'altezza dallo stilobate alla parte superiore; si considera anche l'interasse delle colonne per il rilievo che assume nella formula generale. La ricerca porta ad uno schema di partiture dove ogni componente architettonico trova piena rispondenza: partiture che si pongono alla base del progetto iniziale, nelle quali si articola il progetto stesso.

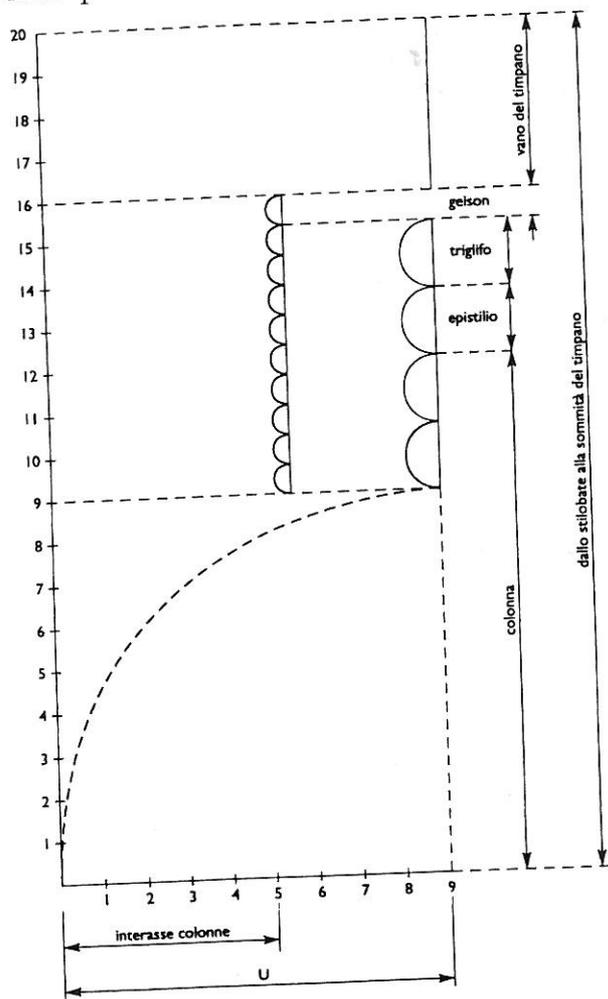


Fig. 9. Partenone, schema delle tre partiture. Si formano i rapporti fra le parti in pianta ed in alzato.

Con la partitura dei componenti architettonici si completa la metodologia della ricerca, che si articola in quattro punti:

- 1) l'unità di misura architettonica è di metri 0,298,
- 2) l'unità di misura è visibile nell'architettura del Partenone, nella colonna,

- 3) un gruppo numerico si combina nell'architettura e deriva dai numeri primi 2 e 3,
- 4) la partitura di riferimento articola la composizione architettonica.

Partendo dalla misura corrispondente all'unità (metri 0,298 - piede architettonico) e con gli sviluppi mediante l'applicazione dei numeri primi 2 e 3, nelle quantità e nelle proporzioni orizzontali e verticali, con la partitura legata a questa aritmetica, con sequenza di operazioni si possono definire le parti fondamentali della costruzione. Riportando le partiture sugli elementi architettonici si ottiene:

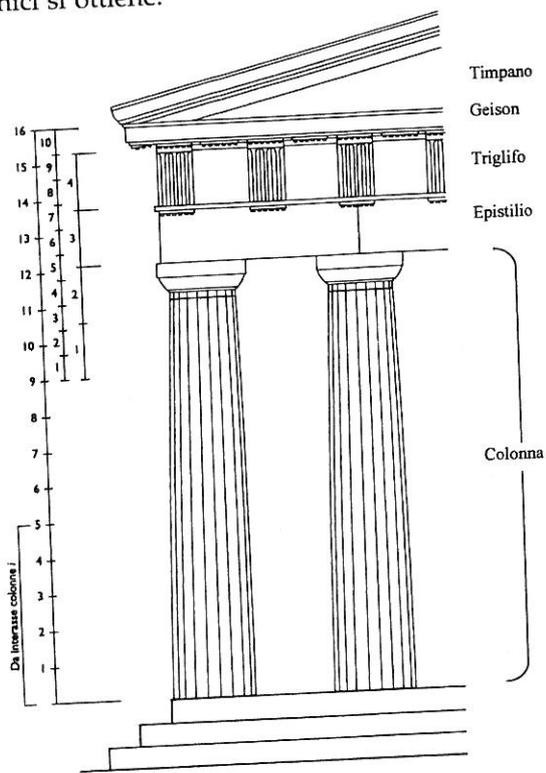


Fig. 10. Partenone, elementi architettonici con partiture, in alzato.

Dalla tabella 1 si può notare che i numeri interi di repertorio (192 - 162 - 100 - 72 - 64) determinano riferimenti cardine della costruzione (fig. 11).

Considerando che le dimensioni dello stilobate sono in rapporto 4 : 9 possiamo sostituirle con i numeri del rapporto (fig. 12).

Risultano anche i triangoli della triade 'pitagorica' 3 - 4 - 5²⁰ che consentono di verificare l'angolo di 90° senza utilizzare strumenti particolari.

La definizione delle misure principali in numeri interi ed appartenenti ad un repertorio iniziale facilita la realizzazione, anche per la maggiore sem-

Tabella 1:

Riassunto delle dimensioni nominali-progettuali; nella parentesi le misure rilevate (Orlandos).

	metri	metri
Altezza colonna	10,427	(10,430)
Epistilio	1,352	(1,350)
Triglifo	1,352	(1,351)
Geison	0,601	(0,600)
Dallo stilobate al geison	13,731	(13,730)
Vano del timpano	3,432	(3,428)
Dallo stilobate alla sommità del timpano	17,164	(17,160)
Larghezza dello stilobate	30,895	(30,884)
Lunghezza dello stilobate	69,514	(69,503)
Lunghezza esterna <i>sekos</i> = cella + opistodomo, piedi 162	48,276	(48,270)
Interasse colonne esterne al <i>sekos</i> , piedi 192	57,216	(57,236)
Larghezza esterna cella, ad altezza fregio, piedi 72	21,456	(21,440)
Lunghezza interna cella, piedi 100	29,800	(29,786)
Larghezza interna cella, piedi 64	19,072	(19,065)
Lunghezza interna opistodomo, piedi 44 4/9	13,244	(13,220)
Larghezza interna opistodomo, piedi 64	19,072	(19,040)
Somma 5 interassi colonne, piedi 72	21,456	(21,474)

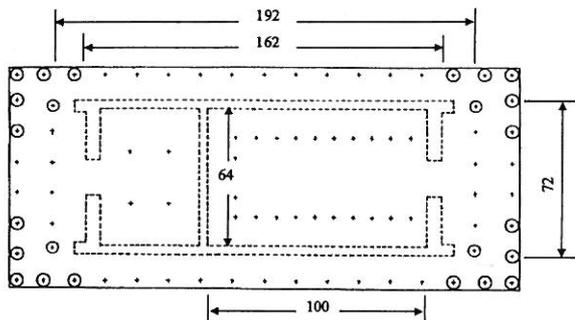


Fig. 11. Partenone, misure espresse in piedi.

PLICITÀ nella comunicazione tra le maestranze. Da queste misure si definisce con precisione l'esterno e il *sekos* in coordinazione geometrica e, continuando con gli allineamenti e le diagonali, si completano i lati dello stilobate, quindi, con l'utilizzo dei triangoli 'pitagorici' 3 - 4 - 5, si verificano i lati e gli angoli. Con l'ulteriore misura della lunghezza interna della cella di 100 piedi, con la geometria, utilizzando regoli e compassi, si individuano gli altri punti dimensionali e, tenendo conto delle esigenze generali della composizione, si scende alle piccole dimensioni delle parti architettoniche. E' un dialogo aritmetico, geometrico e compositivo.

Si deve ammettere che il Partenone è straordinariamente complesso. E non è la complessità che emerge da suggestione collettiva, dai luoghi comuni della retorica entusiastica o quella dei numeri infiniti o quella dei numeri 'misteriosi', ma la complessità che deriva dalla ingegnosità della sua progettazione, delle sue partiture. Le proporzioni,

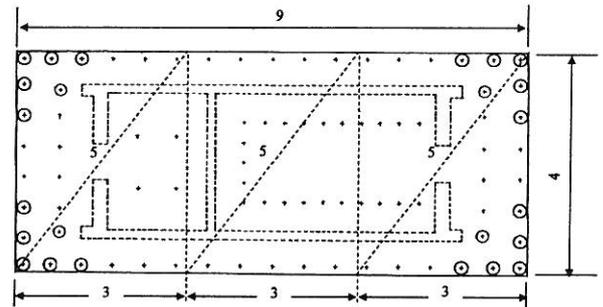


Fig. 12. Partenone, triangoli 'pitagorici'.

gli accordi, diversamente combinati, vengono evidenziati in varie parti e un gruppo numerico particolare articola i movimenti che si creano lungo il percorso della composizione. Lo svolgimento procede mediante variazioni che si compenetrano in verticale ed in orizzontale.

L'incarico di Direttore e Sovrintendente della realizzazione del Partenone - opera di architettura e scultura per eccellenza - venne affidato a Fidia,²¹ un compito inusuale per uno scultore, ma che l'Artista portò a termine con grande maestria.

NOTAZIONE

Abbiamo rilevato la misura architettonica alla base della scanalatura della colonna, equivalente a metri 0,298, l'unità di misura con la quale si sono ottenuti i risultati della ricerca. Nella colonna si ha quindi il numero 1; il numero 20 si ha dal perimetro della stessa (20 scanalature).

Dal riassunto delle misure nominali-progettuali si hanno altri numeri interi (192 - 162 - 100 - 72 - 64); risultano poi altre misure fra cui quella dell'interasse delle colonne di piedi 14,4; dallo schema delle partiture si ricava l'altezza totale equivalente a 57,6 piedi. Sono evidenziati i numeri di repertorio 7,2 - 16,2 - 1,44 - 1,62 ed altri, frazioni scritte sotto forma decimale; tutto questo si riscontra negli accordi, nelle proporzioni, nelle variazioni e permutazioni della composizione del Tempio, come un Trattato di aritmetica decimale applicata, del periodo classico.

Possiamo dunque dire che il Partenone, spazio matematico classico e insieme contemporaneo, rappresenta un modello di partizioni architettoniche e rapporti di forme della più alta e raffinata capacità artistica, un fatto vitale nel contesto della città di Atene.

NOTE

- 1 L. Borsari, *Il Foro Romano*, Roma 1899; Giuliani/Verduchi 1987, 11.
- 2 Uno degli studi di grande valore, con disegni in scala e dati metrologici, è la pubblicazione di A.K. Orlandos, 1977-1978.
- 3 Vitruvio, *De Architectura* 3.1.65: 'Le membra dei templi devono avere, con metodo simile - quello degli antichi pittori e scultori - una perfetta corrispondenza e concordanza di misura nelle singole parti con tutta la somma della grandezza intera'. Cfr. Arias 1964, 47.
- 4 Galeno, *de placita Hippocratis et Platonis* 5.3: '[Crisippo] invece ritiene che la bellezza non consista nella simmetria degli elementi ma in quella delle parti, del dito in relazione col dito, e di tutti insieme in relazione al metacarpo ed al carpo, e di questi rispetto l'avambraccio, e dell'avambraccio rispetto al braccio; e di tutti essi rispetto al tutto, secondo quanto appunto è scritto nel Canone di Policleto'. Cfr. Arias 1964, 46.
- 5 Vitruvio, *De Architectura* 4.3; Stucchi 1983, 21.
- 6 Stuart 1787, 8.
- 7 Ottiene l'unità di misura di metri 0,3085: Aurès 1867, 12.
- 8 Ottiene l'unità di misura di metri 0,3089: Aurès 1867, 13.
- 9 Ottiene l'unità di misura di metri 0,3088: Penrose 1888, 7.
- 10 Plutarco, *Vita di Pericle* 13.7; Magnino 2006, 49.
- 11 Dörpfeld 1890, 172.
- 12 Ottiene l'unità di misura di metri 0,32685: Dinsmoor 1950, 161.
- 13 Ottiene l'unità di misura di metri 0,32878: Orlandos 1977-1978, 699.
- 14 Stucchi 1983, 25.
- 15 De Zwarte 1994, 142-143; 2002, 14-18.
- 16 Brigo 1999, 63-67, 104.
- 17 Orlandos 1977-1978.
- 18 Dal numero 4,32, mediante la frazione $3/4$, si ottiene: $4,32 \times 3/4 = 3,24$ e $3,24 \times 3/4 = 2,43$.
- 19 Carpenter 1979, 85.
- 20 Si tratta del primo triangolo rettangolo espresso con numeri interi, Lidonnici 1935, 436; Tiberi 1964, 119; Frajese 1970, 146; Vitruvio, *De Arch.* 9: Dell'invenzione di Pitagora per formare la squadra ad angolo retto.
- 21 Plutarco, *Vita di Pericle* 13.6; Magnino 2006, 47-49.

BIBLIOGRAFIA

- Ameling, W. 1985, Plutarch, Perikles 12-14, *Historia* 34, 47-63.
- Arias, P.E. 1964, *Policleto*, Firenze.
- Aurès, A. 1867, *Etude sur les dimensions du Parthénon*, Nîmes.
- Berger, E. (ed.) 1984, *Parthenon-Kongress Basel 1982*, Mainz.
- Brigo, R. 1999, *Partenone - tre partiture*, Verona.
- Carpenter, Rh. 1979, *Gli architetti del Partenone*, Torino.
- Dinsmoor, W.B. 1950, *The Architecture of Ancient Greece*, London.
- Dörpfeld, W. 1890, *Metrologische Beiträge*, AM 15, 167-187.
- Frajese, A./L. Maccioni (edd.) 1970, *Euclide, Gli Elementi*, Torino.
- Franciosi, F. 1977, *L'irrazionalità della matematica greca antica*, Roma.
- Giuliani, C.F./P. Verduchi 1987, *L'area centrale del Foro Romano*, Firenze.
- Lidonnici, A. 1935, *Pitagora e Pitagorismo* (Enciclopedia Italiana di Scienze, Lettere ed Arti 27), Roma.
- Magnino, D. (ed.) 2006, *Plutarco - Vite*, 2, Torino.
- Orlandos, A.K. 1977-1978, *He Architektonike tou Parthenonos*, 1-2, Athenai.
- Penrose, F.C. 1888, *An Investigation of the Principles of Athenian Architecture*, London.
- Stuart, J. 1787, *Antiquities of Athens*, London.
- Stucchi, S. 1983, *La corrispondenza metrica del cosiddetto "piede partenonico"* (Accademia Nazionale dei Lincei - Rendiconti 379,8), Roma.
- Tiberi, C. 1964, *Mnesicle, l'architetto dei Propilei*, Roma.
- Zwarte, R. de 1994, *Der ionische Fuß und das Verhältnis der römischen, ionischen und attischen Fußmaße zueinander*, *BABesch* 69, 115-143.
- Zwarte, R. de 2002, *Evidence of the so-called Golden Section in Archaic South Italy: the Hera Temple I ('Basilica') at Paestum. With an addendum on the Parthenon at Athens*, *BABesch* 77, 9-18.

VIA ROMA 1
I-37069 VILLAFRANCA
VERONA