С.Л. Василенко

Проецирование золотой пропорции в четырехмерной системе координат

Исследованы отдельные модели пропорционального деления целого на четыре аддитивно-составные части с их представлением в виде алгебраических уравнений. В основе некоторых таких структур лежит константа золотого сечения. В целом модели расширяют идею построения классических "золотых" зависимостей, как простейших пропорциональных отношений, на структурные образования четвертого порядка. Показана надуманность и абсурдность терминологического "клонирования" в лженаучном проявлении так называемых «обобщенных золотых сечений».

У мира четыре стороны. – Если три закроются,
то уж четвертая непременно будет открыта.

В последнее время опубликован цикл статей [1–3], в которых рассмотрен новый подход к осмыслению феномена золотого сечения (ЗС).

Интерпретация модели осуществляется с точки зрения объективной составляющей процессов роста и развития живого начала, а не только как математического отношения, выявленного учеными древнего мира. Такое представление больше тяготеет к понятию синтеза, нежели традиционного анализа.

Направление включает в себя как формализованные свойства многих замечательных структур пропорции, так и философское понимание в рамках единой концепции.

Представляется, что в золотом отношении исходным математическим объектом является всё-таки не сечение так таковое, а именно пропорция.

Хотя в своем первом упоминании Евклид традиционно соотносит "золотой" феномен именно с делением отрезка [4] и последующим сравнением-равенством площадей [5, с. 75] либо делением в крайнем и среднем отношении [5, с. 173].

При этом большая часть отрезка является средней пропорциональной величиной между целым и меньшим отрезком.

Все же пропорция главенствует и превалирует над сечением-рассечением. В том числе в окружающем мире.

Достаточно представить обычное физическое развитие человека. Когда идёт постоянное масштабное "обновление" целого. С практическим сохранением большинства пропорций.

Плюс к этому одно важное наблюдение. Из целого и его двух (пусть условных или мысленных частей) можно составить всего две пропорции с выходом на деление пополам и золотое сечение.

Отсюда напрашиваются такие гипотезы:

- ЗС – модель роста живого;
- ЗС – универсальная модель динамической симметрии.

Общие представления о тетрадных структурах.

Поскольку речь идет о проецирование золотой пропорции в четырехмерной системе координат, то уместно напомнить некоторые представления о тетрадных (четверичных) прообразах и структурах. Включая сравнение с тринитарными (троичными) строениями.

Тетрада – комплексная структура, непосредственно формирующая видимый мир из четырех первоэлементов.

Четверка – традиционная мера человеческого восприятия многих предметов бытия:

4 стороны света (запад, восток, север, юг);

4 измерения телесного мира – трехмерного пространства и одномерного времени;

4 времени года (зима, весна, лето, осень);

4 возраста жизни (ребенок, юноша, муж и старец) и т.д.

Имя единого бога יהוה Иеговы (Яхве) писалось на всех языках исключительно четырьмя буквами, как тетраграмма.

Пифагорейцы полагали святым источником материальной вселенной тетрактиду (четверицу, квартернер) $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ и почитали её как священное предание.

Тетраду нередко считают остовом построения глобального мира, гармоничной цивилизации и «тетранет мышления» [6].

В работе [7] рассмотрены характерные интерпретации геометрической тетрадной (четверичной) модели целого. Они удивительно гармоничны, и весьма рельефно отражают сущность целого. Возможно, наиболее ценным является философское осмысление тетрадного системно-образующего механизма.

Минимально возможное деление целого надвое порождает четыре точки-состояния. – За счёт внешнего и внутреннего деления.

Их пропорциональное соответствие формирует абсолютную гармонию.

В отличие от математического множества, которое может состоять из одного элемента, система предполагает наличие хотя бы двух составляющих.

Поэтому *тетрадная модель* – суть наименьшая монада системного структурирования.

Та же тринитарная модель – гиперболизированный христианскими апологетами частный случай глобально-божественной сущности мира. Возможно, как его наиболее ощущаемая и воспринимаемая сторона человеческим сознанием.

Но всё-таки частное объединение в виде тримурти-структуры.

"Тримунитаристы" искусственно выхватили-вычленили тройку «божественных объектов-видений» с навязчивой идеей-претензией на всеобщность и в самых лучших традициях язычества.

Потом сами же среди них и заблудились. Словно в трёх соснах.

По невообразимой формуле: «лес = три сосны, одна сосна = лес».

Как минимум, даже в простейшей структуре "тримунитаристы" упустили из виду *всеобщий принцип внешнего деления*, который вскрывает-даёт дополнительные точки опоры – зеркальные, ассиметричные, уравновешивающие, дополняющие.

В этом контексте тетрадные или четверичные образования – важнейшие первострутуры. Особенно в их гармонично-пропорциональном формировании.

Именно таким структурам, облеченным в форму алгебраических полиномов и комбинированных (комплексных, составных) пропорций, посвящена настоящая работа.

Данный термин для пропорций используется нами для характеристики и сравнения объединенных отношений, содержащих более одного знака равенства.

Трином 4-го порядка с запаздыванием.

Аддитивно-составное целое представим равным единице $1 = a + b + c + d$.

Это весьма удобное действо для представления материала, без потери общности рассуждений.

Один из частных случаев деления целого на четыре части $\{a, b, c, d\}$ в пропорции

$$x = \frac{c+d}{a} = \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$$

приводит к простому алгебраическому уравнению $x^4 = x + 1$.

Точное значение наибольшего по модулю корня определяется выражением

$$x=\frac{1}{2\sqrt{6}}s+\frac{1}{2}\sqrt{-\frac{r}{6}+\frac{8}{r}+\frac{2\sqrt{6}}{s}}\approx 1{,}22074;\qquad r=\sqrt[3]{108+12\sqrt{849}},\qquad s=\sqrt{r-\frac{48}{r}}.$$

Составные части единичного отрезка равны

$$\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix}\approx\begin{pmatrix}0{,}32896\\0{,}26947\\0{,}22074\\0{,}18083\end{pmatrix}.$$

Модель 4-го порядка с одношаговым запаздыванием.

Комбинированная пропорция и результирующее алгебраическое уравнение имеют вид:

$$x=\frac{b+c+d}{a}=\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{d};$$

$$x^4=x^2+x+1.$$

Эквивалентная рекурсия $x'_n=x'_{n-2}+x'_{n-3}+x'_{n-4}$ формирует последовательность

(0, 0, 0, 1), 0, 1, 1, 2, 2, 4, 5, 8, 11, 17, 24, 36, 52, 77, 112, 165, 241, 354… – A013979,

как количество композиций натурального числа n на составные части {2, 3, 4}.

Напомним, в теории чисел композицией или разложением натурального числа называется его представление в виде упорядоченной суммы натуральных слагаемых.

Слагаемые, входящие в композицию, называют частями, а их количество – длиной композиции.

Исходное уравнение легко преобразуется в произведение двух полиномов

$$x^4-x^2-x-1=(x+1)\left(x^3-x^2-1\right).$$

Поэтому положительный максимальный корень находится аналитически

$$x=\frac{1}{3}+\frac{r}{6}+\frac{2}{3r}\approx 1{,}46557,\qquad r=\sqrt[3]{116+12\sqrt{93}}.$$

Составные части целого равны:

$$\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix}\approx\begin{pmatrix}0{,}40559\\0{,}27674\\0{,}18883\\0{,}12884\end{pmatrix}.$$

Золотоносные модели 4-го порядка.

Будем исходить из классического уравнения золотого сечения $x^2=x+1$.
Выполним простые операции:

- умножив на x^2, получаем $x^4=x^3+x+1$;
- возведем в квадрат $x^4=x^2+2x+1=x^2+2\left(x^2-1\right)+1=3x^2-1$.

Полученным уравнениям соответствуют комплексные пропорции с отношением $x=\Phi$

$$x=\Phi=\frac{a+c+d}{a}=\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{d};$$

$$x = \Phi = \frac{3b-d}{a} = \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}.$$

В обоих случаях составные части единичного целого равны (*модель золотой константы*):

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(2+\phi^3\right)^{-1} \\ (3+\phi)^{-1} \\ \left(6-\phi^4\right)^{-1} \\ c/\Phi \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0{,}44721 \\ 0{,}27639 \\ 0{,}17082 \\ 0{,}10557 \end{pmatrix}.$$

Подстановка $z = x^2$ в алгебраическое уравнение $x^4 = x^2 + 1$ дает модель золотого сечения $z^2 = z + 1$.

В этом случае имеем пропорцию с квадратным корнем из константы ЗС:

$$x = \sqrt{\Phi} = \frac{b+d}{a} = \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} .$$

Составные части соответственно равны:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0{,}34601 \\ 0{,}27202 \\ 0{,}21385 \\ 0{,}16812 \end{pmatrix}.$$

Эквивалентное разностное уравнение или рекурсия $x'_n = x'_{n-2} + x'_{n-4}$ генерирует повторяющиеся числа Фибоначчи (0, 0, 0, 1), 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 5, 5, 8, 8, 13, 13 … – A103609 (on-line encyclopedia of integer equences – OEIS, режим доступа – http://oeis.org).

В общем случае "золотой" трином $x^k - F_k x - F_{k-1}$ с числами Фибоначчи F_k в роли коэффициентов имеет корень $x = \Phi$ и пропорциональное деление отрезка на k частей

$$x = \frac{F_k r + F_{k-1} s}{a} = \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \ldots = \frac{r}{s}.$$

Первая наибольшая часть равна $a = \dfrac{1}{1+\phi+\phi^2+\ldots+\phi^{k-1}}$.

Остальные части последовательно уменьшаются в Φ раз.

Суммы в знаменателе, в частности, равны

$$1+\phi+\phi^2 = 2, \quad 1+\phi+\ldots+\phi^3 = 2+\phi^3, \quad 1+\phi+\ldots\phi^4 = 2+\phi^2, \quad 1+\phi+\ldots+\phi^5 = 2+2\phi^3.$$

Модель *k*-боначчи.

Если говорить о развитии-обобщении *задачи ЗС* (но не самого числа ЗС!), то лучше обратиться к известной модели k-боначчи.

Это, пожалуй, наиболее правильное и логически верное направление, органически вытекающее из задачи золотого сечения, не выходя за пределы планиметрии.

Соответственно система k-боначчи легко идентифицируется (квалифицируется) нами как *задача о крайнем и* $(k-1)$ *средних отношениях*: целое так относится к первому, как оно ко второму, которое, в свою очередь, – к третьему … и так далее до последнего <отрезка>:

$$\frac{a+b+c+\ldots+h}{a} = \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \ldots = \frac{e}{g} = \frac{g}{h} \Rightarrow b^k + b^{k-1} + \ldots + b = 1;$$

$$x = \frac{1}{b} \Rightarrow x^k = x^{k-1} + \ldots + x + 1.$$

Для четвертого порядка соответственно имеем:

$$x = \frac{a+b+c+d}{a} = \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d},$$

$$x = \frac{a+b+c+d}{a+c+d} = \frac{a+c+d}{a+d} = \frac{a+d}{a} = \frac{a}{b},$$

$$x^4 = x^3 + x^2 + x + 1,$$

где $a = x-1$, $b = a/x$, $c = b/x \ldots$

Эквивалентная рекурсия $x'_n = x'_{n-1} + x'_{n-2} + x'_{n-3} + x'_{n-4}$ генерирует числовой ряд (tetranacci sequence):

(0, 0, 0, 1), 1, 2, 4, 8, 15, 29, 56, 108, 208, 401, 773, 1490 … – A000078,

как количество композиций натурального числа n на элементы {1, 2, 3, 4}.

Составные части целого равны:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0{,}51879 \\ 0{,}26914 \\ 0{,}13963 \\ 0{,}07244 \end{pmatrix}.$$

В целом модель k-боначчи является наиболее естественным продолжением двучленно-суммирующей структуры Фибоначчи в контексте добавления аддитивных элементов полинома с эквивалентным разностным уравнением

$$x'_n = x'_{n-1} + x'_{n-2} + \ldots + x'_{n-k}.$$

Умножим исходный полином на величину x и выполним вычитание, в результате получаем триномиальную модель старших степеней $x^{k+1} = 2x^k - 1$.

В рассмотренной комбинированной пропорции наблюдается следующая закономерность: слагаемые числителя в первом отношении повторяют набор одночленов в правой части алгебраических уравнений.

Действительно, запишем аналогичную сумму с произвольными весовыми коэффициентами m_i

$$x = \frac{m_1 a + m_2 b + m_3 c + m_4 d}{a} = \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}.$$

Выполнив несложные преобразования

$$x = m_1 + m_2 \frac{b}{a} + m_3 \frac{c}{a} + m_4 \frac{d}{a} = m_1 + m_2 \frac{1}{x} + m_3 \frac{1}{x^2} + m_4 \frac{1}{x^3},$$

окончательно получаем

$$x^4 = m_1 x^3 + m_2 x^2 + m_3 x + m_4.$$

Хорошо видно, что количество частей целого не имеет принципиального значения. Добавляется только дополнительная цепочка отношений частей и соответственно увеличивается порядок результирующего алгебраического уравнения.

Таким образом, если рассматривать пропорциональное деление целого на составные части, то первая сумма фактически является формообразующей структурой характеристического алгебраического уравнения.

Это уравнение "цементирует" пропорциональность отношений и является последним условием для однозначного разрешения системы.

В конечном счёте, уравнение задает код или числовое значение конкретного отношения.

Из приведенного материала следует очевидное утверждение, что никаких обобщенных золотых сечений не существует и близко.

Есть только разнообразные вариации обычного алгебраического уравнения общего вида. Среди них естественно выделяется и одно единственное уникальное золотое сечение. Как наиболее тривиальный случай пропорционального деления целого на две составные части. Без каких-либо коэффициентов в соответствующем уравнении.

Общие закономерности.

Не теряя общности рассуждений, для удобства интерпретации и определенности можно по-прежнему считать составное целое равным единице $a_1 + a_2 + \ldots + a_k = 1$.

На основании литературных источников и собственных исследований установлены следующие положения.

Комплексную пропорцию общего вида для пропорционального соотнесения k аддитивных частей $a_j,\ j = \overline{1, k}$ целого можно представить в удобном и компактном виде, подстроенном под форму алгебраического уравнения общего вида (табл. 1):

$$x = \frac{m_1 a_1 + m_2 a_2 + \ldots + m_k a_k}{a_1} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{a_2}{a_3} = \ldots = \frac{a_{k-1}}{a_k}.$$

Первая сумма задает "ритм" пропорциональных отношений. Это своеобразный каркас или структурный остов-скелет, который обрастает отдельными пропорциональными частями.

Сумма всех частей определяет меру составного целого.

Обычно она принимается равной единице $a_1 + a_2 + \ldots + a_k = 1$.

Таблица 1

Сопоставимость "комплексной" пропорции с характеристическим алгебраическим уравнением и эквивалентным разностным (возвратным) уравнением

	m_1	m_2	$\ldots$	m_{k-1}	m_k	– коэффициенты
	a_1	a_2	$\ldots$	a_{k-1}	a_k	– аддитивные части целого
	$m_1 a_1 +$	$m_2 a_2 +$	$\ldots +$	$m_{k-1} a_{k-1} +$	$m_k a_k$	– параметр пропорции
$x^k =$	$m_1 x^{k-1} +$	$m_2 x^{k-2} +$	$\ldots +$	$m_{k-1} x +$	m_k	– алгебраическое уравнение
$f_n =$	$m_1 f_{n-1} +$	$m_2 f_{n-2} +$	$\ldots +$	$m_{k-1} f_{n-k-1} +$	$m_k f_{n-k}$	– возвратное уравнение (рекурсия)

При неотрицательных коэффициентах $m_j \geq 0$ и начальных условий $\delta = (0, 0, \ldots 0, 1)^{\mathrm{T}}$ величина f_n определяет количество комбинаций натурального числа n из m_1 видов (цветов) единиц, m_2 видов двоек и так далее до m_k видов k.

Для вектора произвольных начальных условий $\delta = \left(f_1 \ldots f_k \right)^{\mathrm{T}}$, как первых членов рекурсии, которые одновременно не равны нулю, имеет место простое матричное соотношение для вычисления кортежа элементов числового ряда

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 \\ m_k & m_{k-1} & \ldots & \ldots & m_1 \end{pmatrix}^n \cdot \delta = \left(f_n \quad f_{n+1} \ \ldots \ f_{n+k} \right)^{\mathrm{T}},$$

где т – символ транспонирования матрицы или вектора.

Тривиальный вариант – это деление целого на две части $a_1 + a_2 = 1$ в соотношении

$$x = \frac{m_1 a_1}{a_1} = \frac{a_1}{a_2} \rightarrow a_1 = \frac{m_1}{m_1 + 1}.$$

В частности, коэффициент $m_1 = 1$ образует деление пополам $a_1 = a_2 = 0{,}5$. Значение $m_1 = 1$ дает модель "две трети" $a_1 = 2/3$ и так далее.

Данному, можно сказать вырожденному случаю, соответствует очевидное уравнение типа $x = m_1$ и соответствующей рекурсией $f_n = m_1 f_{n-1}$ степенного вида $f_n \cong m_1^n$.

То есть правая часть алгебраического уравнения превращается в одночлен, равный коэффициенту m_1, а соответствующий параметр пропорции становится равным $m_1 a_1$.

Наипростейшей моделью данного множества структур становится золотое сечение или пропорциональная золотая модель

$$x = \frac{a_1 + a_2}{a_1} = \frac{a_1}{a_2}$$

с характеристическим уравнением $x^2 = x + 1$ и максимальным корнем $\Phi = \dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

Модель определяет пропорцию целого и его двух частей с единичными весовыми коэффициентами.

Модель 4-го порядка трех старших степеней.

Комбинированная пропорция и характеристическое алгебраическое уравнение имеют вид:

$$x = \frac{a + b + d}{a} = \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d};$$

$$x^4 = x^3 + x^2 + 1.$$

Эквивалентная рекурсия $x'_n = x'_{n-1} + x'_{n-2} + x'_{n-4}$ генерирует ряд (0, 0, 0, 1), 1, 2, 3, 6, 10, 18, 31, 55, 96, 169, 296, 520… – A060945, количество композиций числа n на части {1, 2, 4}.

Исходное уравнение легко преобразуется в произведение двух полиномов

$$x^4 - x^3 - x^2 - 1 = (x+1)\left(x^3 - 2x^2 + x - 1\right).$$

Положительный максимальный корень находится аналитически из кубического уравнения

$$x = \frac{2}{3} + \frac{r}{6} + \frac{2}{3r} \approx 1{,}75488, \qquad r = \sqrt[3]{100 + 12\sqrt{69}}\ .$$

Составные части целого равны:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0{,}48086 \\ 0{,}27401 \\ 0{,}15614 \\ 0{,}08898 \end{pmatrix}.$$

Трином 4-го порядка <двух> старших степеней.

Деление целого на четыре части в пропорции

$$x = \frac{a+d}{a} = \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$$

приводит к алгебраическому уравнению $x^4 = x^3 + 1$ с корнем $x \approx 1{,}38028$.

Известные свойства пропорции позволяют также записать альтернативные отношения через суммы $x = \dfrac{a+b+c+d}{a+c+d} = \dfrac{a+c+d}{a+d} = \dfrac{a+d}{a} = \dfrac{a}{b}$.

Составные части отрезка равны

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}38028 \\ 0{,}27551 \\ 0{,}19960 \\ 0{,}14461 \end{pmatrix}.$$

Обобщение тринома <двух> старших степеней.

В общем случае элементы соотносятся в пропорции

$$x = \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \ldots = \frac{q}{s} = \frac{s}{r} = \frac{r+a}{a}.$$

Последняя часть r не может самостоятельно ни к чему относиться.

Поэтому в модели она объединяется с первой a и с ней же соотносится.

Этим самым система отношений замыкается, что называется "в круговую".

То есть она дополняется последним необходимым условием и становится однозначно разрешимой с алгебраическим триномом старших степеней $x^k - x^{k-1} - 1$. Или эквивалентным разностным (возвратным) уравнением $x'_n = x'_{n-1} + x'_{n-k}$.

По мере увеличения числа составных элементов в единичном отрезке и адекватного роста степени тринома k значение корня уменьшается так, что его мантисса всегда равна наибольшему отрезку $a = x - 1$.

С учетом этого и завершающего отношения $x = \dfrac{r+a}{a}$ последний элемент равен квадрату первого $r = a^2$.

Спекулятивная фетишизация ЗС.

В работах проф. А.Стахова многие годы неустанно и настойчиво повторяется навязчивое мнение о личном приоритете "первооткрывателя" упомянутого тринома, который он записывает в виде $x^{p+1} - x^p - 1$ и называет «золотыми *p*-сечениями». – Согласно его необоснованной терминологии «обобщенных золотых сечений (?)» (ОЗС).

Разные аспекты вокруг так называемых p-сечений подробно освещены в работах [8, 9]. Убедительно показано, что по субъективным оценкам уровень их значимости искусственно завышен и несоизмеримо далёк от реальной картины в этой области прикладной математики. Начиная от несообразной и лженаучной "золочёной" терминологии, и заканчивая тщетными призывами к их внедрению в цифровую технику вместо двоичной системы счисления.

В работе [10] проведен исторический экскурс и отмечена ранняя библиографии специалистов ассоциации Fibonacci Association по данному вопросу.

Наиболее примечательной здесь, пожалуй, является работа [11] Джозефа (1963), где рассмотрена модель $x^k - px^{k-1} - q = 0$ с эквивалентным разностным уравнением $x'_n = px'_{n-1} + qx'_{n-k}$.

Отличительная черта упомянутой статьи – подробный анализ сумм в обобщённых треугольниках Паскаля. Показано, что параллельные диагональные суммы дают искомые члены числовых рядов.

Для единичных начальных условий из статьи [12] Харриса–Стилса (1964) следует обобщение аналитической формулы Муавра-Бине через корни λ_j исходного уравнения:

$$x'_{n-1} = \sum_{j=1}^{k} \frac{\lambda_j^n}{k\lambda_j - k - 1}.$$

Таким образом, модель $x^k = x^{k-1} + 1$, упоминаемая в работах проф. А.Стахова в качестве его собственного "золотоносного творения", исторически уже была предметом детального изучения в более ранних исследованиях многих зарубежных математиков (Пойа, Dickinson, Joseph, Harris, Styles и др.).

Плюс к этому <u>существенное отличие</u>: никто и нигде не называл "золотыми" сечениями частные случаи этой алгебраической модели.

Оно и правильно. Ничего похожего на золотое сечение (ЗС) данная модель не имеет.

Если и вести речь, то допустимо говорить о *развитии задачи* ЗС. При этом в новых конструкциях видовой признак "золотистости" естественно опускается.

Никакой подобной золотой окраски в мировой математике никогда не было, и нет.

Есть только одно ЗС со своей константой. Все остальные позолоты – частные фантазии.

Это касается и терминологических вольностей типа «*p*-золотых сечений» для тринома старших степеней в его записи $x^{p+1} = x^p + 1$. Они даже не подпадают под «научную стерилизацию» ЗС [13], как процесса освобождения теоретических положений золотой пропорции от всякого рода домыслов и фальсификаций.

Снова же по причине того, что алогично и бессмысленно называть решения всевозможных алгебраических уравнений обобщенными или иными золотыми сечениями во множественном числе.

В работе [14] отмечалось что "ОЗС" – это не термин или математическое определение, а некоторый художественный образ, или если угодно сленг гармонистов (от слова "гармония"), который в строгом смысле больше тяготеет к псевдонаучному понятию.

Принимая "ОЗС" к использованию даже в качестве сленга, следует четко представлять всю его нелепость на физическом уровне, когда практически любую точку на единичном отрезке можно интерпретировать как "ОЗС" путем подбора решения соответствующего уравнения, построенного на основании математической пропорции того или иного вида.

Более того, автоматически становится верным и обратный переход, когда золотое сечение теряет свою индивидуальность и становится обобщением бесконечного множества других чисел только на том основании, что они находятся на одном графике или одной линии-функции.

Поэтому всякого рода обобщения самого золотого сечения – забавные манипуляции и научная недобросовестность с авторской претензией на броскость или эффектность, дабы отличиться, и не более того. "ОЗС" – что-то вроде отсебятины в названии. Исходя из похожести по внешним признакам типа "пингвин – водоплавающая сорока", поскольку оба имеют ... черно-белый окрас.

Принципиальная разница между псевдонаучными «обобщенными золотыми сечениями» и обобщенными моделями золотого сечения:

1. Золотое сечение – одно единственно. Одновременно это собственное имя математической константы, которая априори обобщению не подлежит.

2. Модельных структур золотого сечения может быть множество, но все они, так или иначе, приводят к константе Φ или её целой степени Φ^k. Возможны также варианты $\sqrt[k]{\Phi}$.

От частного к общему и наоборот.

Выполненные нами исследования подтверждает надуманность и псевдонаучную подоплеку "ОЗС". Поскольку первым "числителем" в комбинированной пропорции может выступать практически любое выражение из алгебраических уравнений общего порядка.

То есть золоченая терминология невольно приводит к абсурдному заключению о том, что практически вся числовая ось – есть "ОЗС".

Достаточно взглянуть на расположение трёх точек деления для четырех составных частей $k=4$ целого (рис. 1).

Это лишь примеры полиномов с единичными коэффициентами.

Назначение произвольных коэффициентов выводит нас на дополнительные безграничные множества модельных структур.

Тем самым областью решений становится практически любые вещественные числа.

В частности, умножение "золотого" тринома x^2-x-1 на многочлены с целыми корнями, равными ±1, то есть меньшими Ф по абсолютной величине, воссоздаёт следующие золотоносные модели тетрадного (четверичного порядка):

1. $\left(x^2-x-1\right)\left(x^2-1\right)=x^4-x^3-2x^2+x+1;$

$x^4=x^3+2x^2-x-1;$

$$x=\frac{a+2b-c-d}{a}=\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{d}=\Phi;$$

$x'_n=x'_{n-1}+2x'_{n-2}-x'_{n-3}-x'_{n-4}:$

(0, 0, 0), 1, 1, 3, 4, 8, 12, 21, 33, 55, 88, 144, 232, 377, 609 … – A052952.

$$x'_n \;=\; x'_{n-1} + x'_{n-2} + \frac{1+(-1)^n}{2} \;=\; F_{n+2} - \frac{1-(-1)^n}{2}\,.$$

2. $\left(x^2 - x - 1\right)\left(x-1\right)^2 = x^4 - 3x^3 + 2x^2 + x - 1;$

$x^4 = 3x^3 - 2x^2 - x + 1;$

$$x \;=\; \frac{3a - 2b - c + d}{a} \;=\; \frac{a}{b} \;=\; \frac{b}{c} \;=\; \frac{c}{d} \;=\; \Phi\,;$$

$x'_n = 3x'_{n-1} - 2x'_{n-2} - x'_{n-3} + x'_{n-4}$:

(0, 0), 0, 1, 3, 7, 14, 26, 46, 79, 133, 221, 364, 596, 972, 1581 … – A001924.

$$x'_n \;=\; x'_{n-1} + x'_{n-2} + n \;=\; F_{n+4} - (n+3)\,.$$

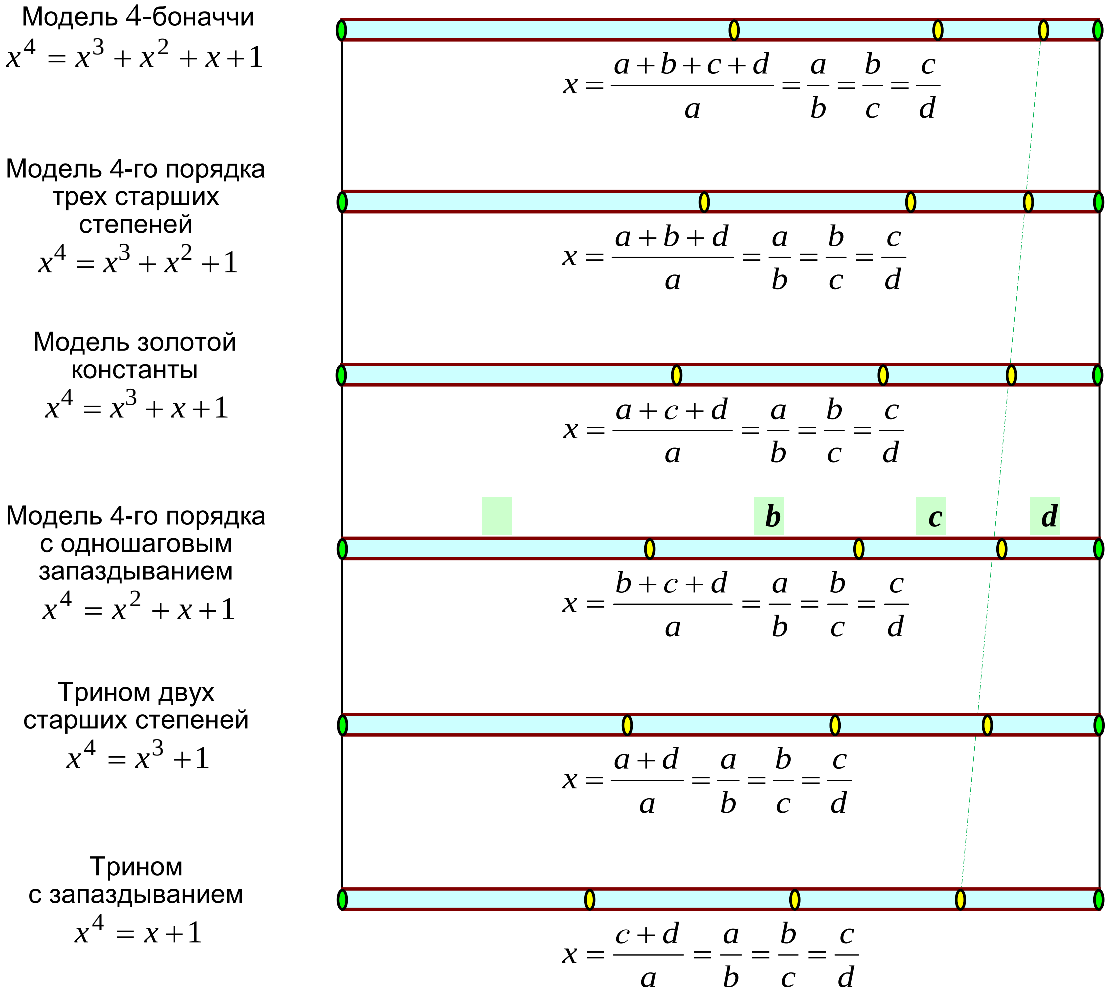


Рис. 1. Графическое представление моделей четвертого порядка
деления целого на пропорциональные аддитивные части $\{a,\ b,\ c,\ d\}$

3. $\left(x^2 - x - 1\right)\left(x + 1\right)^2 = x^4 + x^3 - 2x^2 - 3x - 1;$

$x^4 = -x^3 + 2x^2 + 3x + 1;$

$$x = \frac{-a + 2b + 3c + d}{a} = \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \Phi;$$

$x'_n = -x'_{n-1} + 2x'_{n-2} + 3x'_{n-3} + x'_{n-4}$:

(0, 0, 0), 1, -1, 3, -2, 6, -2, 11, 1, 21, 12, 44, 44, 101, 131, 247 …

$|x'_n| = \left|\,(-1)^n F_{n-1} + n\,\right|$ – по абсолютной величине.

Во всех трех случаях максимальный корень равен константе золотого сечения Φ, что даёт нам такое соотношение четырёх частей целого (см. золотоносные модели 4-го порядка):

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}44721 \\ 0{,}27639 \\ 0{,}17082 \\ 0{,}10557 \end{pmatrix}, \quad \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \Phi \approx 1{,}618.$$

Вместо заключения.

Термин "ОЗС" – типичный фейк. Лженаучное суждение.

Ибо золотая константа одна.

В то же время допустимо говорить про разнообразные модели – конструкции золотого сечения. В том числе обобщенные модели.

Разные записи, различные формы...

Но в их основе непременно лежит золотая пропорция, характеризуемая константой Ф или её целой степенью, что также отвечает идее пропорциональности.

То есть во множественном числе употребляется на само золотое сечение, а его возможные модели-трактовки.

Это имеет принципиальное значение и хорошо укладывается в понятийную сущность золотой пропорции.

Будучи единственным по содержанию, золотое сечение допускает разнообразие форм записей-представлений.

Проецирование золотой пропорции в четырехмерной системе координат – тому подтверждение. Когда из всего многообразия лишь немногие структуры содержат в своей основе константу Φ золотого сечения.

Литература:

1. Василенко С.Л., Никитин А.В. От золотого отношения к равновесию, синтезу и созиданию / С.Л. Василенко, А.В. Никитин // Математические и исторические исследования гармонии и красоты в природе и искусстве. – 17.01.2013. – artmatlab.ru/articles.php?id=93&sm=2 / АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.17972, 07.04.2013. – trinitas.ru/rus/doc/0016/001d/00162094.htm.

2. Василенко С.Л., Никитин А.В. Модельные структуры пропорционального роста. Часть 1. Синтез // Математические и исторические исследования гармонии и красоты в природе и искусстве. – 09.09.2013. – artmatlab.ru/articles.php?id=107&sm=2 / Научно-техническая библиотека SciTecLibrary. – 22.09.2013. – sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/13091.html.

3. Никитин А.В. Красота, гармония – простота // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.18239, 10.10.2013. – trinitas.ru/rus/doc/0016/001d/00162189.htm.

4. Василенко С.Л. "Золотой разговор" с Евклидом // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.15649, 12.11.2009. – trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161575.htm.

5. Начала Евклида. Книги I–VI: Пер. с греч. и комментарии Д.Д. Мордухай-Болтовского. – М. –Л.: ГИТТЛ, 1948. – 448 с.

6. Азбука гармонии для глобального мира, гармоничной цивилизации и тетранет мышления. Всемирный учебник. 34-й проект ГСГ. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2012. – 336 с. – peacefromharmony.org/?cat=ru_c&key=512.

7. Василенко С.Л. Гармоническая тетрадная модель целого // Математические и исторические исследования гармонии и красоты в природе и искусстве. – 23.03.2013. – artmatlab.ru/articles.php?id=100&sm=2.

8. Василенко С.Л. Миф про обобщения золотого сечения // Математические и исторические исследования гармонии и красоты в природе и искусстве. – 23.07.2011. – artmatlab.ru/articles.php?id=32&sm=2.

9. Василенко С.Л. Незадачливые *p*-сечения // Математические и исторические исследования гармонии и красоты в природе и искусстве. – 18.09.2011. – artmatlab.ru/articles.php?id=50&sm=2.

10. Василенко С.Л. Об одной обобщённой модели Фибоначчи // Академия Тринитаризма. – М. Эл № 77-6567, публ.17360, 16.03.2012. – trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161941.htm.

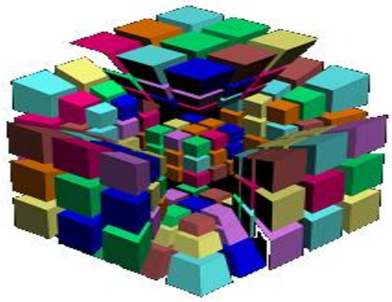
11. Raab Joseph A. A Generalization of the Connection between the Fibonacci sequence and Pascal's Triangle // The Fibonacci Quarterly, 1.3 (1963), 21–31.

12. Harris V.C., Carolyn C. Styles. A Generalization of Fibonacci Numbers // Fibonacci Quarterly, 2.4 (1964), 277–289.

13. Василенко С.Л. Квазизолотая пропорция в структурированных системах // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.16054, 30.08.2010. – trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161694.htm.

14. Василенко С.Л. Клоны золотого сечения // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.15641, 09.11.2009. – trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161573.htm.

Харьков, Украина



Авторские страницы:

http://www.artmatlab.ru/authors.php?id=21&sm=3

http://www.sciteclibrary.ru/rus/avtors/v.html

http://www.trinitas.ru/rus/doc/avtr/01/0738-00.htm